

120/A-35  
Eng

## SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc.SEM-II (NC)

25<sup>th</sup> March 2019 , Monday

02:00 pm to 04:00 pm

US02CMTH01

(Analytic Solid Geometry)

Maximum Marks: 70

**Q.1** Choose the correct option in the following questions, mention the correct option in the answerbook. [10]

- (1) Cylinder has ..... vertex.  
(a) only one (b) finitely many (c) no (d) infinitely many
- (2) Vertex of second degree homogeneous equation of cone is .....  
(a) not possible (b) (1, 2, 3) (c)  $(\alpha, \beta, \gamma)$  (d) (0, 0, 0)
- (3) In the sphere the coefficients of  $xy$ ,  $yz$  and  $zx$  are .....  
(a) zero (b) one (c) not equal (d) equal
- (4) Intersection of surface with  $xz$  - plane gives .....  
(a)  $xy$  - trace (b)  $x$ - intercept (c) section by  $xy$  - plane (d)  $xz$  - trace
- (5) The major axis of the surface  $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$  is .....  
(a)  $x$  (b)  $y$  (c)  $z$  (d) non of these
- (6) The surface  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  represents a .....  
(a) ellipse (b) sphere (c) ellipsoid (d) elliptic hyperboloid
- (7) Given fixed curve in the cone is called .....  
(a) generator (b) circle (c) vertex (d) guiding curve
- (8) center of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + -6x + 8y - 10z + 1 = 0$  is .....  
(a) (3, -4, 5) (b) (-3, 4, -5) (c) (-6, 8, -10) (d) (6, -8, 10)
- (9) Reciprocal of reciprocal cone of given cone is .....  
(a) sphere (b) given cone (c) line (d) cylinder
- (10) Sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y - 4z = 0$  is passing through the point .....  
(a) (-3, 4, 2) (b) (-6, 8, 4) (c) (0, 0, 1) (d) (1, 2, 3)

**Q.2** Answer the following in short [Attempt any ten]: [20]

- (1) Show that  $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D$  represents an ellipsoid if no coefficients are negative and  $D > 0$ .
- (2) Describe the surface given by  $\theta = 0$ .
- (3) Identify the surface  $4x^2 - 16y^2 + z^2 = 16$  also find its trace.
- (4) Define Cylinder and Right circular cylinder.
- (5) Plot the point.  $(2, \pi/4, -3)$ .
- (6) Define generator of cylinder and axis of cylinder.
- (7) Define Tangent line and Tangent plane to the cone. [PTO]

- (8) Find the centre and radius of the sphere  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ .
- (9) Define reciprocal cone.
- (10) Find the equations of the tangent plane and the normal line to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 24 = 0$  at  $(1, 1, 2)$ .
- (11) Find equation of sphere with centre at  $(2, -1, 0)$  and passing through  $(1, -1, 2)$ .
- (12) Find the equation of cone with vertex at the origin and which passes through the curve  $ax^2 + by^2 = 2z$ ;  $lx + my + nz = p$ .

**Q.3**

- (a) Prove that the circles [5]  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y + 4z - 5 = 0$ ;  $5y + 6z + 1 = 0$  and  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 5z - 6 = 0$ ;  $x + 2y - 7z = 0$ .  
 lie on the same sphere and find its equation.
- (b) Find the equation of the spheres which pass through the given circle [5]  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - y + 3z + 12 = 0$ ;  $2x + 3y - 7z = 10$  and touch the plane  
 $x - 2y + 2z = 1$ .

**OR**

**Q.3**

- (c) Let two spheres be given by [5]  
 $S_1 \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2u_1x + 2v_1y + 2w_1z + d_1 = 0$ ,  
 $S_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2u_2x + 2v_2y + 2w_2z + d_2 = 0$ . Prove that  
 $S_1 + \lambda S_2 = 0$ , where  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $\lambda \neq -1$ , represents a family of spheres  
 passing through the intersection of the spheres  $S_1 = 0$  and  $S_2 = 0$ .
- (d) Find the equation of the sphere through the circle  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y - 4z - 11 = 0$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y + 12z + 17 = 0$  and through [5]  
 the centre of one of the two given spheres.

**Q.4**

- (a) By a proper choice of axes, Show that the Cartesian coordinates [5]  
 $(x, y, z)$  of a point can be expressed in terms of spherical polar coordinates  
 $(\rho, \theta, \phi)$  as  $x = \rho \sin \phi \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \phi \sin \theta$ ,  $z = \rho \cos \phi$ .
- (b) Identify, describe and sketch the surface  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ . [5]

**OR**

**Q.4**

- (c) Find jacobian of  $x = \rho \sin \phi \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \phi \sin \theta$ ,  $z = \rho \cos \phi$ . [5]

- (d) Identify, describe and sketch the surface  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} - 1 = 0$ . [5]

**Q.5**

- (a) Find a necessary and sufficient condition that the general equation of second degree may represent a cone. [6]

- (b) Find the equation of cone whose vertex is  $(\alpha, \beta, \gamma)$  and base  $ax^2 + by^2 = 1; z = 0$ . [4]

OR

Q.5

- (c) If the section of a cone whose vertex is P and guiding curve the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; z = 0$  by the plane  $x=0$  is a rectangular hyperbola. Show that the locus of P is  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$ . [6]

- (d) Find the equation of the cone whose vertex is at the origin. [4]

Q.6

- (a) Find the equation of the cylinder whose generators intersect the conic  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0, z = 0$  and are parallel to the line  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ . [5]
- (b) Prove that the reciprocal cone of the reciprocal cone is the cone it self. [5]

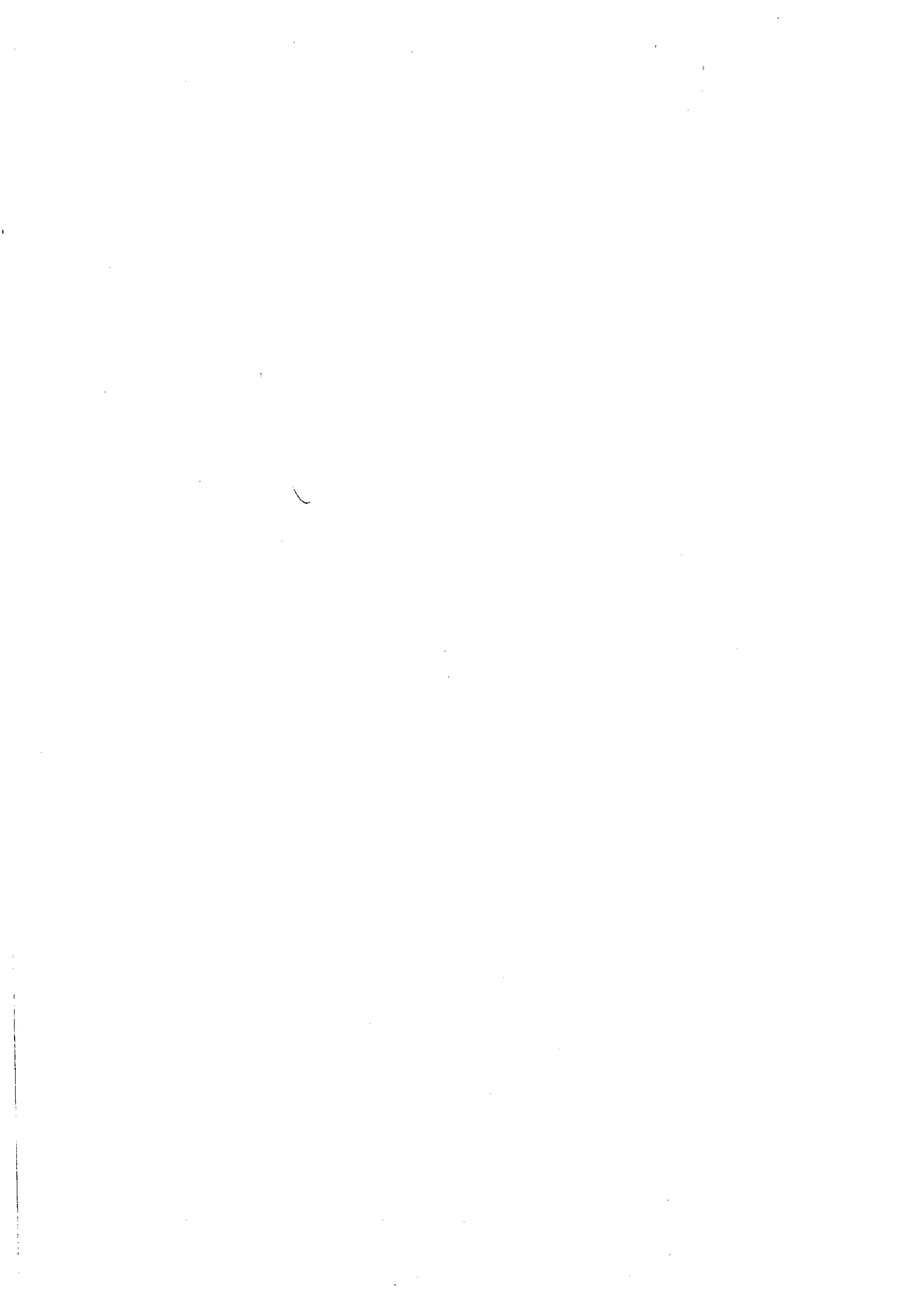
OR

Q.6

- (c) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line  $\frac{x}{1} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  and whose guiding curve is the ellipse  $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$ . [5]
- (d) Find the equation of the right circular cylinder whose axis is the line  $\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n}$ , and whose radius is r. [5]

— X —  
③

③



SEAT No. 120/A-35

સરદાર પટેલ વિશ્વ વિદ્યાલય  
બી. એસ. સી. સેમ -II (NC)  
માર્ચ ૨૦૧૮, સોમવાર  
૦૨:૦૦ થી ૦૪: ૦૦ PM  
US02CMTH01  
(એનાલિટીક સોલ્વીડ જ્યોમિટ્રી )

કુલ ગુણ: ૭૦

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોમાં ખરો વિકલ્પ પસંદ કરીને તે વિકલ્પને તમારી ઉત્તરવાહીમાં લખો.

[10]

- (1) નળાકાર ને ..... શિરોબિંદુ હોય છે.  
(a) એક જ (b) સીમિતી (c) એક પણ નહીં (d) અસખ્ય
- (2) શંકુ ના દ્વિવધાત સમપરીમાણીય સમીકરણ નું શિરોબિંદુ ..... છે.  
(a) અશક્ય (b) (1, 2, 3) (c)  $(\alpha, \beta, \gamma)$  (d) (0, 0, 0)
- (3) ગોલક માં xy, yz અને zx ના સહગુણકો ..... હોય.  
(a) શૂન્ય (b) એક (c) જુદા (d) સરખા
- (4) xz- સમતલ અને સરફેસ નો છેદ ..... થાય.  
(a) xy -ટ્રેસ (trace) (b) x- ઈન્ટરસેપ્ટ (intercept)  
(c) xy- સમતલ નો છેદ (d) xz -ટ્રેસ (trace)
- (5) સરફેસ  $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$  ની મુખ્ય અક્ષ .....  
(a) x (b) y (c) z (d) એક પણ નહીં
- (6) આપેલ સરફેસ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  એ ..... દર્શાવે છે.  
(a) ઉપવલય (b) ગોલક (c) એલિપ્સોઈડ (d) એલિપ્ટિક હાઈપરબોલોઈડ
- (7) શંકુ મા સ્થિર વક્ર ને ..... કહેવાય.  
(a) સર્જક રેખા (b) વર્તુળ (c) શિરોબિંદુ (d) ગાર્ડિંગ વક્ર
- (8) ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 + -6x + 8y - 10z + 1 = 0$  નું કેન્દ્ર ..... છે.  
(a) (3, -4, 5) (b) (-3, 4, -5) (c) (-6, 8, -10) (d) (6, -8, 10)
- (9) વ્યસ્ત શંકુ નો વ્યસ્ત ..... થાય.  
(a) ગોલક (b) શંકુ (c) રેખા (d) નળાકાર
- (10) ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y - 4z = 0$  એ ..... બિંદુ માથી પસાર થશે.  
(a) (-3, 4, 2) (b) (-6, 8, 4) (c) (0, 0, 1) (d) (1, 2, 3)

Q.2 નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો. [ ગમે તે દસ ]

[20]

- (1) જો કોઈપણ સહગુણક ઋણાત્મક ન હોઈ અને  $D > 0$  તો બતાવો કે  $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D$  એ એલિપ્સોઈડ છે.
- (2) સરફેસ  $\theta = 0$  ને સમજાવો.
- (3) આપેલ સરફેસ  $4x^2 - 16y^2 + z^2 = 16$  ને ઓળખો અને તેનો ટ્રેસ શોધો.
- (4) નળાકાર અને રાઈટ સરક્યુલર નળાકાર ની વ્યાખ્યા આપો.
- (5) આપેલ બિન્દુ  $(2, \pi/4, -3)$  ને આલેખો.

[PTO]

- (6) નળાકાર ની સર્જક રેખા અને અક્ષ ની વ્યાખ્યા આપો.  
 (7) શંકુ ની સ્પર્શક રેખા અને સ્પર્શક સમતલ ને વ્યાખ્યાયીત કરો.  
 (8) આપેલ ગોલક  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$  નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.  
 (9) વ્યસ્ત શંકુ ની વ્યાખ્યા આપો.  
 (10) ગોલક  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 24 = 0$  નું બિન્દુ  $(1, 1, 2)$  આગળ અવિલંબ તલ અને સ્પર્શક સમતલ નું સમીકરણ મેળવો.  
 (11) જે ગોલક નું કેન્દ્ર  $(2, -1, 0)$  હોઈ અને તે બિન્દુ  $(1, -1, 2)$  માથી પસાર થતું હોઈ તેનું સમીકરણ શોધો.  
 (12) જે શંકુ નું શિરોબિંદુ ઉગમ બિન્દુ હોય અને તે વક્ર  $ax^2 + by^2 = 2z$  ;  $lx + my + nz = p$  માથી પસાર થાતો હોય તેનું સમીકરણ શોધો.

Q.3

- (a) સાબિત કરો કે વર્તુળો [5]  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y + 4z - 5 = 0$  ;  $5y + 6z + 1 = 0$  અને  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 5z - 6 = 0$  ;  $x + 2y - 7z = 0$   
 એકજ ગોલક પર આવેલા છે અને તેનું સમીકરણ શોધો.  
 (b) એવા ગોલક નું સમીકરણ શોધો કે જે આપેલા વર્તુળ [5]  
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - y + 3z + 12 = 0$  ;  $2x + 3y - 7z = 10$  માથી પસાર થાઈ અને સમતલ  $x - 2y + 2z = 1$  ને સ્પર્શ કરે .

OR

Q.3

- (c) બે ગોલક ના સમીકરણ [5]  
 $S_1 \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2u_1x + 2v_1y + 2w_1z + d_1 = 0$ ,  
 $S_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2u_2x + 2v_2y + 2w_2z + d_2 = 0$  આપેલ છે. સાબિત કરો કે  
 $S_1 + \lambda S_2 = 0$  , જ્યાં  $\lambda \in \mathbb{R}$  ,  $\lambda \neq -1$  , એ એવા ગોલકો નો સમૂહ દર્શાવે છે કે જે બે ગોલકો  
 $S_1 = 0$   $S_2 = 0$  ના છેદ માથી પસાર થાઈ છે.  
 (d) એવા ગોલક નું સમીકરણ શોધો કે જે આપેલા વર્તુળ  
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y - 4z - 11 = 0$  ;  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y + 12z + 17 = 0$   
 માથી પસાર થાઈ અને આપેલા બે ગોલકો માથી કોઈ એક ના કેન્દ્ર માથી પસાર થાઈ. [5]

Q.4

- (a) યોગ્ય અક્ષ પસંદ કરીને બતાવો કે બિંદુ ના કાર્ટેઝિયન યામ  $(x, y, z)$  ને સ્ફિયરીકલ પોલર યામ  $(\rho, \theta, \phi)$  માં પોલર યામો  $x = \rho \sin \phi \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \phi \sin \theta$  ,  $z = \rho \cos \phi$  વાપરી ને રજૂ કરી શકાય. [5]

- (b) આપેલ સરફેસ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  ને ઓળખો, સમજાવો અને તેની આકૃતિ દોરો. [5]

OR

Q.4

- (c)  $x = \rho \sin \phi \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \phi \sin \theta$  ,  $z = \rho \cos \phi$  નો જેકોબિયન શોધો. [5]

(d) આપેલ સરફેસ  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} - 1 = 0$ . ને ઓળખો, સમજાવો અને તેની આકૃતિ દોરો. [5]

Q.5

(a) જનરલ દ્વિવધાત સમીકરણ એ શંકુ દર્શાવે તેની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત શોધો. [6]

(b) એવા શંકુ નું સમીકરણ શોધો કે જેનું શિરોબિંદુ  $(\alpha, \beta, \gamma)$  હોય અને બેજ વક્ર  $ax^2 + by^2 = 1$ ;  $z = 0$  હોય. [4]

OR

Q.5

(c) જો શંકુ કે જેનું શિરોબિંદુ  $P$  હોય અને ગાઈડિંગ વક્ર ઉપવલય [6]

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $z = 0$  નો છેદ સમતલ  $x = 0$  સાથે રેક્ટેંગ્યુલર હાઈપરબોલા હોઈ, તો બતાવો કે

બિંદુ  $P$  નું લોકસ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$  થાઈ.

(d) એવા શંકુ નું સમીકરણ શોધો કે જેનું શિરોબિંદુ એ ઉગમબિંદુ હોય. [4]

Q.6

(a) એવા નળાકાર નું સમીકરણ શોધો કે જેની સર્જક રેખા શાંકવ [5]

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ,  $z = 0$  ને છેદે અને રેખા  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$  ને સમાંતર હોય.

(b) સાબિત કરો કે વ્યસ્ત શંકુ નો વ્યસ્ત એ શંકુ પોતે થાય. [5]

OR

Q.6

(c) એવા નળાકાર નું સમીકરણ શોધો કે જેની સર્જક રેખા આપેલ રેખા [5]

$\frac{x}{1} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  ને સમાંતર હોય અને જેનો ગાઈડિંગ વક્ર ઉપવલય  $x^2 + 2y^2 = 1$ ,  $z = 0$  હોય.

(d) રાઈટ સર્ક્યુલર નળાકાર નું સમીકરણ શોધો કે જેની અક્ષ એ રેખા [5]

$\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n}$  છે અને ત્રિજ્યા  $r$  હોય.

— X —

