

Seat No.: _____

SARDAR PATEL UNIVERSITY

No. of pages: 03

[99/A33]
Eng

B.Sc. (II-Semester) EXAMINATION 2018

Wednesday, 28th March

02:00pm-04:00pm

US02CMTH 02-Mathematics

MATRIX ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

Total Marks: 70

Note: Figures to the right indicates full marks of question.

Q: 1 Answer the following by selecting the correct answer from the given options: [10]

1. A Square matrix A is said to be skew-symmetric if-----

- a) $A \neq A^T$ b) $A = -A^T$ c) $A = A^T$ d) None of the given

2. The matrix $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ is -----

- a) Identity matrix b) Zero matrix c) Scalar matrix d) Column matrix

3. If $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ then $P^2 =$ -----

- a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

4. Characteristic roots of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ are all -----

- a) Real b) imaginary c) Zero d) Zero or imaginary

5. A matrix A is said to be unitary if-----

- a) $A^\theta A = I$ b) $A^\theta A = 0$ c) $A'A = I$ d) $A'A = 0$

6. The complementary function of $(D^2 - 4D + 4)y = \sin x$ -----

- a) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$ b) $c_1 e^{2x} - c_2 e^{-2x}$ c) $(c_1 + c_2 x)e^{-2x}$ d) $(c_1 + c_2 x)e^{2x}$

7. The particular integral of $(D - a)^r y = e^{ax}$ ----- when $f(a) = 0$

- a) $\frac{x^r}{r!} e^{ax}$ b) $-\frac{x^r}{r!} e^{ax}$ c) $\frac{x^r}{r!} e^{-ax}$ d) $\frac{x^{r+1}}{r!} e^{ax}$

8. $\frac{1}{D-1} e^{-x} =$ -----

- a) $\frac{1}{2} e^{-x}$ b) $-\frac{1}{2} e^{-x}$ c) $\frac{1}{2!} e^{-x}$ d) $-\frac{1}{2!} e^{-x}$

①

[P.T.O]

9. $\frac{1}{D^2+9} \cos 3x = \dots\dots\dots$

- a) $\frac{x}{6} \sin 3x$ b) $-\frac{x}{6} \sin 3x$ c) $-\frac{x}{6} \cos 3x$ d) $\frac{x}{6} \cos 3x$

10. $\frac{1}{f(D)} x \cos 2x = \dots\dots\dots$

- a) $\left[x - \frac{1}{f'(D)} f(D) \right] \frac{1}{f'(D)} \cos 2x$ b) $\left[x + \frac{1}{f'(D)} f(D) \right] \frac{1}{f'(D)} \cos 2x$
 c) $\left[x - \frac{1}{f(D)} f'(D) \right] \frac{1}{f(D)} \cos 2x$ d) $\left[x + \frac{1}{f(D)} f'(D) \right] \frac{1}{f(D)} \cos 2x$

Q: 2 Answer in brief of the following questions. (Any Ten) [20]

1. If A is Hermitian, then show that $B^{\theta} AB$ is Hermitian.
2. If A and B are square symmetric matrices then $AB + BA$ is symmetric matrix.
3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ then find AB.
4. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ then find characteristic equation of A.
5. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ then find characteristic roots of A.
6. Verify the Cayley-Hamilton theorem for $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
7. Solve: $(D^3 + 6D^2 + 12D + 8)y = 0$
8. Solve: $\frac{1}{(D^2-3D+5)} e^{-x}$
9. Find the C.F. for the differential equation $(D^3 - 1)y = \cosh x$
10. Find the P.I. for the differential equation $(D^3 - D^2 - 6D)y = x$
11. Find the C.F. for the differential equation $(D^2 + 2)y = (x^2 + 1)e^{3x} + e^x \cos 2x$
12. Define Homogeneous linear differential equation of order n with suitable example.

Q: 3 (a) State and prove reversal law for the transpose of a product of matrices. [5]

Q: 3 (b) Express $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. [5]

OR

Q: 3 (a) State and prove associative law for a product of matrices. [5]

Q: 3 (b) Every square matrix A can be expressed in one and only one way $P + iQ$, where P and Q are Hermitian matrices. [5]

Q: 4 (a) State and prove Cayley-Hamilton theorem.

[5]

Q: 4 (b) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

[5]

OR

Q: 4 (a) Define: Characteristic vector and Characteristic root. And Prove that a characteristic vector of a matrix cannot correspond two different Characteristic roots.

[5]

Q: 4(b) Find the characteristic roots and corresponding Characteristic vectors of the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -2 & -3 & -4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

[5]

Q: 5 (a) Solve the differential equation $(D^2 - 5D + 6)y = 4e^x$ subject to the condition that $y(0) = y'(0) = 1$

[5]

Q: 5 (b) Solve the differential equation $(D^2 - 6D + 5)y = e^{3x}$

[5]

OR

Q: 5 (a) Discuss the method for finding the particular integral of $f(D)y = e^{mx}$ where m is a constant and $f(m) = 0$

[5]

Q: 5 (b) Solve the differential equation $(D^3 - 5D^2 + 7D - 3)y = \text{Sinh}x$

[5]

Q: 6 (a) In usual notation prove that $\frac{1}{\phi(D^2)} \sin ax = \frac{1}{\phi(-a^2)} \sin ax$, $\phi(-a^2) \neq 0$

[5]

Q: 6 (b) Solve: $(D^2 - D - 2)y = \sin 3x$

[5]

OR

Q: 6 (a) Discuss the method to solve homogenous linear differential equation.

[5]

Q: 6 (b) Solve the differential equation $(x^2D^2 + 7xD + 13)y = \log x$

[5]

X
③

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHILOSOPHY DEPARTMENT

PHILOSOPHY 101

LECTURE NOTES

PLATO

THE REPUBLIC

THE ALLEGORY OF THE CAVE

THE PHILOSOPHER-KING

THE DIVISION OF LABOR

Seat No. : _____

SARDAR PATEL UNIVERSITY

No. of pages: 03

B.Sc. (II-Semester) EXAMINATION: 2018

Wednesday, 28th March

02:00pm To 04:00pm

US02CMTH 02-Mathematics

MATRIX ALGEBRA AND DIFFERENTIAL EQUATIONS

Total Marks: 70

Note: જમણી બાજુ દર્શાવેલ અંક પ્રશ્નોનાં ગુણભાર દર્શાવે છે.

Q: 1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નો નાં જવાબ આપો :

[10]

1. ચોરસ શ્રેણિક A એ વિસંમિત કહેવાય જો _____.

- a) $A \neq A^T$ b) $A = -A^T$ c) $A = A^T$ d) એક પણ નહીં.

2. શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ એ _____ છે.

- a) એકમ શ્રેણિક b) શૂન્ય શ્રેણિક c) ગુણિત શ્રેણિક (Scalar Matrix) d) સ્તંભ શ્રેણિક.

3. જો $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ તો $P^2 =$ _____

- a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

4. શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ નાં બધાં જ લાક્ષણિક બીજો _____

- a) વાસ્તવિક b) કાલ્પનિક c) શૂન્ય d) શૂન્ય અથવા કાલ્પનિક

5. શ્રેણિક A એ એકરૂપ હોય જો _____

- a) $A^0 A = I$ b) $A^0 A = 0$ c) $A' A = I$ d) $A' A = 0$

6. વિકલ સમીકરણ $(D^2 - 4D + 4)y = \sin x$ નું પૂરક વિધેય (C.F.) _____ થાય.

- a) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$ b) $c_1 e^{2x} - c_2 e^{-2x}$ c) $(c_1 + c_2 x)e^{-2x}$ d) $(c_1 + c_2 x)e^{2x}$

7. વિકલ સમીકરણ $(D - a)^r y = e^{ax}$ નો વિશિષ્ટ સંકલ (P.I.) _____ જ્યાં $f(a) = 0$.

- a) $\frac{x^r}{r!} e^{ax}$ b) $-\frac{x^r}{r!} e^{ax}$ c) $\frac{x^r}{r!} e^{-ax}$ d) $\frac{x^{r+1}}{r!} e^{ax}$

[P.T.O]

1

8. $\frac{1}{D-1}e^{-x} = \dots\dots\dots$

a) $\frac{1}{2}e^{-x}$

b) $-\frac{1}{2}e^{-x}$

c) $\frac{1}{2!}e^{-x}$

d) $-\frac{1}{2!}e^{-x}$

9. $\frac{1}{D^2+9}\cos 3x = \dots\dots\dots$

a) $\frac{x}{6}\sin 3x$

b) $-\frac{x}{6}\sin 3x$

c) $-\frac{x}{6}\cos 3x$

d) $\frac{x}{6}\cos 3x$

10. $\frac{1}{f(D)}x\cos 2x = \dots\dots\dots$

a) $\left[x - \frac{1}{f'(D)}f(D)\right]\frac{1}{f'(D)}\cos 2x$

b) $\left[x + \frac{1}{f'(D)}f(D)\right]\frac{1}{f'(D)}\cos 2x$

c) $\left[x - \frac{1}{f'(D)}f'(D)\right]\frac{1}{f'(D)}\cos 2x$

d) $\left[x + \frac{1}{f'(D)}f'(D)\right]\frac{1}{f'(D)}\cos 2x$

Q: 2 નીચેના પ્રશ્નોનાં ટૂંકમાં જવાબ આપો. (કોઈ પણ ૬શ)

[20]

1. જો A હરમિશિયન શ્રેણિક હોયતો બતાવો કે $B^{\theta}AB$ પણ હરમિશિયન છે.

2. જો A અને B ચોરસ સંમિત શ્રેણિકો હોય તો $AB + BA$ પણ સંમિત શ્રેણિક છે.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ તો AB શોધો.

4. જો $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ તો A નું લાક્ષણિક સમીકરણ શોધો.

5. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ તો A નાં લાક્ષણિક બીજો શોધો.

6. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ માટે કેલે-હેમિલ્ટન નો પ્રમેય ચકાસો.

7. ઉકેલો : $(D^3+6D^2+12D+8)y = 0$.

8. ઉકેલો : $\frac{1}{(D^2-3D+5)}e^{-x}$

9. વિકલ સમીકરણ $(D^3 - 1)y = \cosh x$ નું પૂરક વિધેય (C.F.) શોધો.

10. વિકલ સમીકરણ $(D^3 - D^2 - 6D)y = x$ નો વિશિષ્ટ સંકલ (P.I.) શોધો.

11. વિકલ સમીકરણ $(D^2 + 2)y = (x^2 + 1)e^{3x} + e^x \cos 2x$ નું પૂરક વિધેય (C.F.) શોધો.

12. યોગ્ય ઉદાહરણ આપી n કક્ષાનું સમપરિમાણીય સુરેખ વિકલ સમીકરણ વ્યાખ્યાયિત કરો.

Q: 3 (a) શ્રેણીકનાં ગુણાકારનો પરિવર્ત માટેનો વિપાર્યસતા નો(reversal law) નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [5]

Q: 3 (b) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ ને સંમિત અને વિસંમિત શ્રેણિક નાં સરવાળા તરીકે દર્શાવો. [5]

OR

Q: 3 (a) શ્રેણીકનાં ગુણાકારનો જૂથનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [5]

Q: 3 (b) બતાવો કે, દરેક ચોરસ શ્રેણિક A ને $P+Q$ નાં અનન્ય સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. જ્યાં P અને Q હરમિશિયન શ્રેણિક છે. [5]

Q: 4 (a) કેલે-હેમિલ્ટન નો પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [5]

Q: 4 (b) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ માટે કેલે-હેમિલ્ટન નો પ્રમેય ચકાસો. [5]

OR

Q: 4 (a) લાક્ષણિક મૂલ્ય અને લાક્ષણિક સદિશ વ્યાખ્યાયિત કરો. અને સાબિત કરો કે આપેલ લાક્ષણિક સદિશ ને સાપેક્ષ બે ભિન્ન લાક્ષણિક મૂલ્ય મળી શકે નહીં. [5]

Q: 4 (b) આપેલ શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -2 & -3 & -4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ નાં લાક્ષણિક મૂલ્યો તેમજ તેને અનૂરૂપ લાક્ષણિક સદિશો શોધો. [5]

Q: 5 (a) વિકલ સમીકરણ $(D^2 - 5D + 6)y = 4e^x$ ને શરતો $y(0) = y'(0) = 1$ સાપેક્ષ ઉકેલો. [5]

Q: 5 (b) વિકલ સમીકરણ $(D^2 - 6D + 5)y = e^{3x}$ ઉકેલો. [5]

OR

Q: 5 (a) સમીકરણ $f(D)y = e^{mx}$ નો વિશિષ્ટ સંકલ ઉકેલ મેળવો, જ્યાં $f(m) = 0$. અને m અચળ છે. [5]

Q: 5 (b) સમીકરણ $(D^3 - 5D^2 + 7D - 3)y = \sin x$ ઉકેલો. [5]

Q: 6 (a) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે, $\frac{1}{\phi(D^2)} \sin ax = \frac{1}{\phi(-a^2)} \sin ax$ જ્યાં $\phi(-a^2) \neq 0$. [5]

Q: 6 (b) વિકલ સમીકરણ $(D^2 - D - 2)y = \sin 3x$ ઉકેલો. [5]

OR

Q: 6 (a) સમપરિમાણીય સુરેખ વિકલ સમીકરણ ઉકેલવાની રીત ચર્ચો. [5]

Q: 6 (b) વિકલ સમીકરણ $(x^2 D^2 + 7xD + 13)y = \log x$ ઉકેલો. [5]

— X —
(3)

