SC.

SEAT No._____

No of printed pages : 3

[105/A31 Eng]

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B.Sc.(SEMESTER II) EXAMINATION - 2018
Monday , 26th March,2018
MATHEMATICS : US02CMTH01
(ANALYTIC SOLID GEOMETRY)

Time : 2:00 p.m to 4:00 p.m — Maximum Marks:70

Que.1 Fill in the blanks. 10

(1) In the sphere the coefficients of x^2, y^2, z^2 are .....

(a) zero (b) one (c) not equal (d) equal

(2) Distance between centre of two sphere $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ and $x^2+y^2+z^2=25$ is .....

(a) 2 (b) $\sqrt{3}$ (c) 3 (d) 21

(3) Radius of the sphere $x^2+y^2+z^2-6x+8y-10z+1=0$ is .....

(a) -11 (b) 7 (c) 11 (d) 49

(4) For the surface $\frac{y^2}{49}-\frac{z^2}{9}=3x$, yz-trace is .....

(a) parabola (b) hyperbola (c) hyperbolic paraboloid (d) pair of lines

(5) For the surface $\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=x$, section by $x=x_1$ plane is .....

(a) parabola (b) hyperbola (c) hyperbolic paraboloid (d) ellipse

(6) The surface $4x^2+4y^2-9z^2-8y-36z=32$ represents a .....

(a) ellipsoid (b) elliptic hyperboloid of two sheet (c) elliptic cone

(d) elliptic hyperboloid of one sheet

(7) ..... of tangent lines to a cone at a point gives a tangent plane .

(a) Intersection (b) Locus (c) Normal (d) Union

(8) Vertex of second degree homogeneous equation of cone is .....

(a) not possible (b) (1,2,3) (c) (α,β,γ) (d) (0,0,0)

(9) If $Ax^2+By^2+Cz^2+2Fyz+2Gzx+2Hxy=0$ is reciprocal cone of $-4yz+2zx+3xy=0$ then G = ...

(a) -12 (b) 0 (c) -8 (d) -6

(10) If $Ax^2+By^2+Cz^2+2Fyz+2Gzx+2Hxy=0$ is reciprocal cone of $ax^2+by^2+cz^2=0$ then B = ...

(a) ac (b) 0 (c) ab (d) bc

Que.2 Answer the following (Any ten) 20

(1) Find equation of sphere with centre at $(2,1,-3)$ and passing through $(-4,-2,-5)$.

(2) Find the centre and radius of the sphere $2x^2+2y^2+2z^2-2x+4y-6z+5=0$.

(P.T.O.)

(3) Find the equations of the tangent plane and normal line to the sphere $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+12=0$ at $(-1,-1,-2)$.

(4) Find atleast one trace and section by the plane to surface $\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{1}=2x$.

(5) Plot the point $(2, 5\pi/4, -3)$ in cylindrical system .

(6) Plot the point $(2, 3\pi/2, \pi/6)$ in spherical system .

(7) Define : Direction cosine of line , cone , Enveloping cone , Tangent plane to the cone .

(8) Find the equation of cone with vertex at the origin and which passes through the curve $ax^2+by^2=2z$; $lx+my+nz=p$.

(9) Find the points of intersection of the line $\frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-\beta}{m}=\frac{z-\gamma}{n}$ and the cone $f(x,y,z)\equiv ax^2+by^2+cz^2+2fyz+2gzx+2hxy+2ux+2vy+2wz=0$.

(10) Find the equation of reciprocal cone of the cone $2yz+6zx+4xy=0$.

(11) Find the equation of the right circular cylinder whose axis is the line $\frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-\beta}{m}=\frac{z-\gamma}{n}$, and whose radius is r .

(12) Find equation of cylinder whose generating lines have direction cosines (l,m,n) and which passes through the circle $x^2+z^2=a^2$, $y=0$.

Que.3 (a) Let a plane and a sphere be given by 4
$P\equiv lx+my+nz+p=0$; $S\equiv x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ respectively.
Then prove that $S+\lambda P=0$,where $\lambda\in\mathbb{R}$, represents a family of spheres passing through the intersection of the sphere $S=0$ and the plane $P=0$.

(b) Find the centre and radius of the circle given by intersection of
$x^2+y^2+z^2=4$; $x+y+z=1$. 6

OR

Que.3 (c) Find the equation of sphere which passes through $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ and has its radius as small as possible. 5

(d) Find the centre and radius of the circle given by intersection of
$x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-19=0$; $x+2y+2z+7=0$. 5

Que.4 (a) Identify , describe and sketch the surface $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; $(a>b\,,\,c)$. 6

(b) Find Jacobian of Cartesian co-ordinates with respect to (i) Spherical co-ordinates (ii) Cylindrical co-ordinates. 4

OR

Que.4 (c) Identify , describe and sketch the surface $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{9}=1$. 6

(d) Prove that the equation $\theta=\beta$, β a constant , $\beta\in[0,2\pi)$, is a half plane perpendicular to α and containing $\overrightarrow{OC}$, where $C\in\alpha$ such that $\angle AOC=\beta$, in Spherical polar coordinate system . 4

Que.5 (a) Find the equation of cone whose vertex is $P(\alpha, \beta, \gamma)$ and base $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; $z = 0$ .If section of this cone by the plane $x = 0$ is a rectangular hyperbola then show that the locus of P is $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$. 6

(b) Find the equation of the cone whose vertex is at (α, β, γ) and whose generators intersects the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $z = 0$. 4

OR

Que.5 (c) Find a necessary and sufficient condition that the general equation of second degree may represent a cone. 6

(d) The plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ meets the co-ordinate axes in A,B,C.Prove that the equation to the cone generated by lines drawn from O to meet the circle ABC is
$yz\left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + zx\left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) + xy\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = 0.$ 4

Que.6 (a) Find the condition that the plane $lx + my + nz = 0$ becomes a tangent plane to the cone with vertex origin $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$. 6

(b) Find the equation of the cylinder with the guiding curve given by $x^2 + 2y^2 = 1$, $z = 0$ and whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$. 4

OR

Que.6 (c) Find the equation of reciprocal cone of the cone with vertex origin . Hence prove that reciprocal cone of the reciprocal cone is given cone itself. 4

(d) Find equation of the cylinder whose generator touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ and are parallel to the line $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$. 3

(e) Find the equation of the right circular cylinder of radius 2 whose axis is parallel to a line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{6}$. 3

♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠

SC,

No of printed pages : 3

[105/A31 ગુજ]

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B.Sc.(SEMESTER II) EXAMINATION - 2018
Monday , 26th March,2018
MATHEMATICS : US02CMTH01
(ANALYTIC SOLID GEOMETRY)

Time : 2:00 p.m to 4:00 p.m — Maximum Marks:70

Que.1 યોગ્ય વિકલ્પનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો 10

(1) ગોલકમાં x^2, y^2, z^2 ના સહગુણકો..... થાય..

(a) શૂન્ય (b) એક (c) અલગ અલગ (d) સરખા

(2) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ અને $x^2+y^2+z^2=25$ ગોલક ના કેન્દ્ર વચ્ચે નું અંતર ..... થાય

(a) 2 (b) $\sqrt{3}$ (c) 3 (d) 21

(3) $x^2+y^2+z^2-6x+8y-10z+1=0$ ગોલકની ત્રિજ્યા ..... થાય.

(a) -11 (b) 7 (c) 11 (d) 49

(4) $\frac{y^2}{49}-\frac{z^2}{9}=3x$ પૃષ્ટનો yz-trace ..... થાય.

(a) અતિવલય (b) ઉપવલય (c) અતિવલિય પરવલયજ (d) રેખા યુગ્મ

(5) $\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=x$ પૃષ્ટનો $x=x_1$થી અનુચ્છેદ .....થાય.

(a) પરવલય (b) અતિવલય (c) અતિવલિય પરવલયજ (d) ઉપવલય

(6) $4x^2+4y^2-9z^2-8y-36z=32$ ..... નું સમીકરણ છે.

(a) ઉપવલયજ (b) ધ્વિપૃસ્ટિય અતિવલયજ (c) ઉપવલીય શંકુ (d) એકપૃસ્ટિય અતિવલયજ

(7) શંકુના સ્પર્શકો નો ..... સ્પર્શતલ થાય.

(a) છેદ (b) બિંદુ પથ (c) અભિલંબ (d) યોગ

(8) શંકુનું ધ્વિપરિમનીય સમ્મપરિમાણ સમીકરણ માટે શીર્ષ બિંદુ ..... થાય .

(a) શક્ય નથી (b) $(1,2,3)$ (c) (α,β,γ) (d) $(0,0,0)$

(9) જો $-4yz+2zx+3xy=0$ નો વ્યસ્ત કોન $Ax^2+By^2+Cz^2+2Fyz+2Gzx+2Hxy=0$ હોય તો G = ...

(a) -12 (b) 0 (c) -8 (d) -6

(10) જો $ax^2+by^2+cz^2=0$નો વ્યસ્ત કોન $Ax^2+By^2+Cz^2+2Fyz+2Gzx+2Hxy=0$ હોય તો B = ...

(a) ac (b) 0 (c) ab (d) bc

Que.2 નીચેના પ્રશ્નના જવાબ આપો. (ગમે તે દસ) 20

(1) $(-4,-2,-5)$ બિંદુ માથી પાસ થતાં અને $(2,1,-3)$ કેન્દ્ર હોય એવા ગોલક નું સમીકરણ શોધો.

(2) $2x^2+2y^2+2z^2-2x+4y-6z+5=0$ ગોલકની ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર શોધો .

(3) ગોલક $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+12=0$ માટે $(-1,-1,-2)$ બિંદુ પાસે સ્પર્સતલ અને અભિલંબ નું સમીકરણ શોધો.

(P.T.O.)

(4) $\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{1} = 2x$ નો ઓછા માં ઓછો એક ટ્રેસ અને અનુચ્છેદ શોધો .

(5) $(2, 5\pi/4, -3)$ ને સિલિન્ડરીય ધ્રુવીય યામ પધ્ધતિમાં દોરો .

(6) $(2, 3\pi/2, \pi/6)$ ને ગોલીય યામ પધ્ધતિમાં દોરો .

(7) વ્યાખ્યા આપો : રેખાનો દિક્ક ગુણોત્તર ,શંકુ , એનવેલોપિંગ શંકુ , શંકુના સ્પર્શતલ .

(8) જેનું શીર્ષ બિંદુ ઉગમ બિંદુ હોય અને જે $ax^2 + by^2 = 2z$; $lx + my + nz = p$ વક્રમાથી પસાર થતો હોય એવા શંકુનું સમીકરણ શોધો .

(9) રેખા $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ અને
શંકુ $f(x, y, z) \equiv ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz = 0$ ના છેદ બિંદુઓ શોધો .

(10) $2yz + 6zx + 4xy = 0$ શંકુના વ્યસ્ત શંકુનું સમીકરણ શોધો .

(11) જેની અક્ષ $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ રેખા હોય અને ત્રિજ્યા r હોય એવા સમનળાકારનું સમીકરણ શોધો .

(12) $x^2+z^2 = a^2$, $y = 0$ વર્તુળ માથી પસાર થતાં અને સર્જક રેખા નો દિક્ક ગુણોત્તર (l, m, n) હોય એવા નળાકારનું સમીકરણ શોધો .

Que.3 (a) સમતલ $P \equiv lx + my + nz + p = 0$; અને ગોલક $S \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ આપેલા હોય તો સાબિત કરો કે $S + \lambda P = 0$,જ્યાં $\lambda \in \mathbb{R}$, એ ગોલક $S = 0$ અને સમતલ $P = 0$ ના છેદ માથી પસાર થતાં ગોલકોનો સમૂહ છે. 4

(b) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $x + y + z = 1$ના છેદ માથી પસાર થતાં વર્તુળ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો . 6

OR

Que.3 (c) $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ બિંદુઓ માથી પસાર થતાં અને જેની ત્રિજ્યા બને તેટલી નાની હોય એવા ગોલક નું સમીકરણ શોધો . 5

(d) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 19 = 0$; $x + 2y + 2z + 7 = 0$ ના છેદ માથી પસાર થતાં વર્તુળ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો . 5

Que.4 (a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$; $(a > b , c)$ પૃષ્ટને ઓળખો ,વર્ણન કરો અને દોરો . 6

(b) કાર્તેસિયન યામનો (i) ગોલીય યામને સાપેક્સ (ii) સિલિન્ડરીય યામને સાપેક્સ જેકોબિયન શોધો . 4

OR

Que.4 (c) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1$ પૃષ્ટને ઓળખો ,વર્ણન કરો અને દોરો . 6

(d) ગોલકીય ધ્રુવીય યામ પધ્ધતિમાં સાબિત કરોકે સમીકરણ $\theta = \beta$, β અચલ છે , $\beta \in [0, 2\pi)$, એ α સમતલને લંબ અને $\overrightarrow{OC}$ નો સમાવેસ કરતી અડધી સમતલ આપે , જ્યાં $C \in \alpha$ અને $\angle AOC = \beta$. 4

Que.5 (a) જેનું શીર્ષ બિંદુ $P(\alpha, \beta, \gamma)$ હોય અને નિર્દેશક વક્ર ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; $z = 0$ હોય એવા શંકુનું સમીકરણ શોધો.જો $x = 0$ સમતલ સાથે શંકુ નો અનુચ્છેદ લંબાતિવલય. હોય તો સાબિત કરોકે P નો બિંદુપથ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$ થાય . 6

(b) (α, β, γ) શીર્ષ બિંદુ હોય અને સર્જક રેખાઓ $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $z = 0$ માથી પસાર થતી હોય એવા શંકુ નું સમીકરણ શોધો . 4

OR

Que.5 (c) દ્વિપરિમાનિય સામાન્ય સમીકરણ શંકુ થાય એના માટેની જરૂરી અને પર્યાપ્ત શરત શોધો . 6

(d) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ સમતલ કો - ઓર્ડિનેટ અક્સ ને A,B,C માં મળે છે. O માથી દોરેલી સર્જક રેખાઓ વર્તુળ ABC માથી પસાર થતી હોય તો સાબિત કરો કે શંકુનું સમીકરણ $yz\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+zx\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)+xy\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)=0$ થાય . 4

Que.6 (a) $lx+my+nz=0$ સમતલએ $ax^2+by^2+cz^2+2fyz+2gzx+2hxy=0$ શંકુની સ્પર્શતલ થાય એ માટેની શરત લખો અને સાબિત કરો. 6

(b) નિર્દેશક વક્ર $x^2+2y^2=1$, $z=0$ હોય અને સર્જક રેખાઓ $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ રેખાને સમાંતર હોય એવા નળાકારનું સમીકરણ શોધો . 4

OR

Que.6 (c) ઉગમ બિંદુ શીર્ષ બિંદુ હોય એવા શંકુના વ્યસ્ત શંકુનું સમીકરણ શોધો . તેના ઉપરથી સાબિત કરોકે વ્યસ્ત શંકુનો વ્યસ્ત શંકુ એ આપેલો શંકુ પોતેજ થાય. 4

(d) જેની સર્જક રેખા $x^2+y^2+z^2=a^2$ ગોલકને સ્પર્શ કરે અને $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ રેખાને સમાંતર હોય એવા નળાકારનું સમીકરણ શોધો . 3

(e) જેની અક્ષ $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{6}$ રેખાને સમાંતર હોય અને ત્રિજ્યા 3 હોય એવા સમનળાકારનું સમીકરણ શોધો . 3

♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠