**SEAT No.________**

No of printed pages : **3**

[18/A-22]
Eng.

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B.Sc.(SEMESTER - IV ) EXAMINATION - 2018
Thursday , $12^{th}$ April , 2018
MATHEMATICS : US04CMTH01
( LINEAR ALGEBRA )

**Time : 10:00 a.m. to 1:00 p.m.** **Maximum Marks : 70**

---

Que.1 Fill in the blanks. 10

(1) .................... $\notin [(1,2,1),(2,4,2),(3,6,3)]$ in $V_3$ .

(a) $(1,2,3)$ (b) $(5,10,5)$ (c) $(4,8,4)$ (d) $(-1,-2,-1)$

(2) $[\phi] =$ ..................

(a) 0 (b) $\{0\}$ (c) $\phi$ (d) $V$

(3) If S is nonempty subset of vector space V then [ S ] is ........... subspace of V containing S.

(a) largest (b) smallest (c) not (d) unique

(4) $\{x^2-1\ ,\ x+1\ ,$ .....................$\}$ is LD set .

(a) $3x-3$ (b) $2x-1$ (c) $x-1$ (d) $x^2-x-2$

(5) In vector space V , $\{v\}$ is LD iff ...............

(a) $v=0$ (b) $v \neq 0$ (c) $v=\{0\}$ (d) $v=1$

(6) Dimension of $\mathbb{C}$ over $\mathbb{R}$ is ..............

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

(7) $\{(2,0,0)\ ,\ (0,3,0)\ ,$ .....................$\}$ is not a basis for $V_3$ .

(a) $(0,0,1)$ (b) $(4,6,0)$ (c) $(0,0,2)$ (d) $(0,0,5)$

(8) $T : V_3 \to V_3$ defined by $T(x_1,x_2,x_3) =$ ................... is linear map .

(a) $(0,x_1,x_3)$ (b) $(0,x_1,x_3+1)$ (c) $(1,x_1,x_3)$ (d) $(x_1,1,x_2)$

(9) If a linear map $T : V_2^{\mathbb{C}} \to V_2^{\mathbb{C}}$ defined by $T(z_1,z_2) = (z_1+iz_2, z_1-iz_2)$ , $B_1 \& B_2$ are standard basis for $V_2^{\mathbb{C}}$ then $(T : B_1, B_2) =$ .................

(a) $\begin{bmatrix} 1 & i \\ 1 & i \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & i \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix}$

(10) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , $B_1 = B_2 = \{e_1,e_2,e_3\}$ ,then the linear map T such that $A = (T : B_1, B_2)$ is given by T( x , y , z ) = ...........

(a) ( x , 0 , 0 ) (b) ( 0 , y , 0 ) (c) ( 0 , 0 , z ) (d) ( x , y , z )

[P.T.O.]

Que.2 Attempt the following ( Any Ten ) 20

(1) Prove that a nonempty subset S of a vector space V is a subspace of V , if $\alpha u+\beta v \in S,\ \forall\ u,v \in S$ ; $\forall$ scalar $\alpha, \beta$.

(2) Is $\{(x_1,x_2,x_3) \in V_3 /\ x_3 = \sqrt{2}x_2$ or $x_1 = 3x_2\}$ subspaces of $V_3$ ? Verify it.

(3) For which value of $k$ , the vector $(1,-2,k) \in [S]$, where $S = \{(3,0,-2)\ ,\ (2,-1,-5)\}$.

(4) Is $\{(1,2,1)\ ,\ (-1,1,0)\ ,\ (5,-1,2)\}$ LD in $V_3$ ? Verify it.

(5) Is $\{x^2-4\ ,\ x+2\ ,\ x-2\ ,\ \frac{x^2}{3}\}$ LD in $P_3$ ? Verify it.

(6) Let V be a vector space then prove that The set $\{v_1, v_2\}$ is LD iff $v_1$ and $v_2$ are collinear .

(7) If V has a basis of n elements then prove that every other basis for V also has $n$ - elements.

(8) Find basis and dimension for subspace $W = \{(3,-6,3)\ ,\ (-2,4,-2)\}$ of $V_3$ .

(9) Is $T : V_3 \to V_2$ defined by $T(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2x_3)$ linear ? Verify it.

(10) Let $T : U \to V$ be a linear map .Then prove that $T(\alpha_1u_1 + \alpha_2u_2 + .... + \alpha_nu_n) = \alpha_1T(u_1) + \alpha_2T(u_2) + ..... + \alpha_nT(u_n)$ , $\forall$ scalar $\alpha_1, \alpha_2, ...., \alpha_n$ , $\forall\ u_1, u_2, ...., u_n \in U$ .

(11) Determine a linear map in the cases $T : V_2 \to V_4$ defined by $T(1,1) = (0,1,0,0)$, $T(1,-1) = (1,0,0,0)$ .

(12) Let a linear map $T : V_3 \to V_3$ be defined by $T(x_1,x_2,x_3) = (2x_1 + x_2\ ,\ x_2 - x_3\ ,\ x_3 + x_1)$ . Find $(T : B_1, B_2)$ ,where $B_1 = \{(1,2,3),(1,0,0),(1,1,0)\}$ ; $B_2 = \{e_1, e_2, e_3\}$ .

Que.3 (a) Prove that $P_2(x)$ is a vector space over $\mathbb{R}$ with respect to addition and scalar multiplication of polynomials . 4

(b) Let $S = \{(1,2,1)\ ,\ (1,1,-1)\ ,\ (4,5,-2)\}$ . Determine which of the following vectors are in [S] . 3
(i) $(-1/3,-1/3,1/3)$ (ii) $(1,-3,5)$

(c) A nonempty subset S of a vector space V is a subspace of V iff the following conditions are satisfied (i) $u+v \in S$ , $\forall u,v \in S$ (ii) $\alpha u \in S$ , $\forall u \in S$ , $\forall$ scalar $\alpha$. 3

**OR**

Que.3 (d) Let $R^+$ be the set of all positive real numbers . Define the operations as bellow : 5
$u+v = uv$ , $\forall\ u,v\ \in R^+$ ; $\alpha u = u^\alpha, \forall\ u \in R^+, \alpha \in \mathbb{R}$.
Prove that $R^+$ is a real vector space .

(e) Let $S = \{x^3\ ,\ x^2+2x\ ,\ x^2+2\ ,\ 1-x\}$ . Determine which of the following vectors are in [S] . 5
(i) $x^3 + x^2 + 2x + 3$ (ii) $3x^2 + x + 5$

Que.4 (a) Determine whether the set $S = \{(1,1,2)\ ,\ (-3,1,0)\ ,\ (1,-1,1)\ ,\ (1,2,-3)\}$ of $V_3$ is LD or not. If S is LD then locate one of the vectors that belongs to the span of previous ones . Also find a LI subset A of S such that [A]=[S]. 5

(b) In a vector space V , suppose $S = \{v_1, v_2, ...., v_n\}$ is an ordered set of vectors with $v_1 \neq 0$ , then prove that the set is LD iff one of the vectors $v_1, v_2, ...., v_n$ , say $v_k$ , belongs to the span of $v_1, v_2, ...., v_{k-1}$ . Hence prove that S has a LI subset A such that [ A ] = [ S ] . 5

**OR**

Que.4 (c) Determine whether the subset $S = \{(1,-1,2)\ ,\ (1,1,2)\ ,\ (3,0,0)\ ,\ (2,1,-1)\}$ of $V_3$ is LD or not. If set $S$ is LD then locate one of the vectors that belongs to the span of previous ones .Also find a LI subset A of S such that [A]=[S] . 4

(d) Prove that the vectors $(1+i, 2i)$ & $(1, 1+i)$ are LD in $V_2^C$ but LI in $V_2$ . 3

(e) Is $\{1+x+2x^2\ ,\ 3-x+x^2\ ,\ 2+x\ ,\ 7+5x+x^2\}$ LD in $P_3$ ? Verify it . 3

Que.5 (a) In a vector space V , If $B = \{v_1, v_2, ...., v_n\}$ span V then prove that the following two conditions are equivalent 4
(i) B is LI .
(ii) If $v \in V$ , then the expression $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ..... + \alpha_n v_n$ is unique .

(b) Is $S = \{(1,5,-6), (2,1,8), (3,-1,4), (2,1,1)\}$ froms a basis for vector space $V_3$ ? If not , Determine the dimension of subspace [S] of $V_3$ . 3

(c) Is $T : P \to P$ defined by $T(p)(x) = xp(x) + p(1)$ linear ? Verify it . 3

OR

Que.5 (d) If $U$ and $W$ are subspaces of a finite dimensional vector space $V$ then prove that $dim(U+W) = dim(U) + dim(W) - dim(U \cap W)$ . 6

(e) Is $S = \{(1,1,1), (1,0,-1), (3,-1,0), (2,1,-2)\}$ froms a basis for vector space $V_3$ ? If not , Determine the dimension of subspace [S] of $V_3$ . 4

Que.6 (a) Let a linear map $T : V_3 \to V_2$ be defined by $T(x,y,z) = (x+y, y+z)$ . Find $(T : B_1, B_2)$ , where 5

$$B_1 = \left\{ \left(1\ ,\ 1\ ,\ \frac{2}{3}\right)\ ,\ (-1,2,-1)\ ,\ \left(2\ ,\ 3\ ,\ \frac{1}{2}\right) \right\}\ ;\ B_2 = \left\{ (1,3)\ ,\ \left(\frac{1}{2}\ ,\ 1\right) \right\} .$$

(b) Let $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Determine a linear map $T : V_3 \to V_2$ such that $A = (T : B_1, B_2)$ ,where 5
$B_1 = \{(1,-1,1), (1,2,0), (0,-1,0)\}\ ;\ B_2 = \{(1,0), (2,-1)\}$ .

OR

Que.6 (c) Let a linear map $T : P_2 \to P_3$ be defined by $T(P)(x) = xP(x)$ . Find $(T : B_1, B_2)$ , where 4
$B_1 = \{1\ ,\ x\ ,\ x^2\}\ ;\ B_2 = \{1+x\ ,\ (1+x)^2\ ,\ (1+x)^3\ ,\ 1-x\}$ .

(d) Let $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Determine a linear map $T : V_3 \to V_2$ such that $A = (T : B_1, B_2)$ , where 3
$B_1 = \{(1,1,1)\ ,\ (1,2,3)\ ,\ (1,0,0)\}\ ;\ B_2 = \{(1,1)\ ,\ (1,-1)\}$ .

(e) If $B = \{u_1, u_2, ...., u_n\}$ is a basis for $U$ and $v_1, v_2, ...., v_n$ be $n$ vectors (not necessarily distinct) in V then prove that there exist a unique linear transformation $T : U \to V$ such that $T(u_i) = v_i$ for $i = 1, 2, ...., n$ . 3

SEAT No.________

9C

No of printed pages : 3

[18/A-22]
ગુજ.

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B.Sc.(SEMESTER - IV ) EXAMINATION - 2018
Thursday , $12^{th}$ April , 2018
MATHEMATICS : US04CMTH01
( LINEAR ALGEBRA )

Time : 10:00 a.m. to 1:00 p.m. Maximum Marks : 70

Que.1 યોગ્ય વિકલ્પનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો . 10

(1) .................... $\notin [(1,2,1),(2,4,2),(3,6,3)]$ in $V_3$ .

(a) $(1,2,3)$ (b) $(5,10,5)$ (c) $(4,8,4)$ (d) $(-1,-2,-1)$

(2) $[\phi] =$ ..................

(a) 0 (b) $\{0\}$ (c) $\phi$ (d) $V$

(3) જો S એ વેક્ટર સ્પેસ V નો અરિક્ત ઉપગણ હોય તો [ S ] એ V નો ........... સબસ્પેસ થાય જેમાં S આવેલો હોય..

(a) સૌથી મોટો (b) સૌથી નાનો (c) ના થાય (d) એક અને માત્ર એક

(4) $\{x^2-1 \ , \ x+1 \ , \ $......................$\}$ LD ગણ છે .

(a) $3x-3$ (b) $2x-1$ (c) $x-1$ (d) $x^2-x-2$

(5) વેક્ટર સ્પેસ V માં , $\{v\}$ LD થાય જો અને તો જ ............... થાય .

(a) $v=0$ (b) $v\neq 0$ (c) $v=\{0\}$ (d) $v=1$

(6) $\mathbb{C}$ ની $\mathbb{R}$ ઉપરની ડાઈમેન્સન .............. થાય .

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

(7) $\{(2,0,0) \ , \ (0,3,0) \ , \ $......................$\}$ $V_3$ માટે બેસિસ ના થાય .

(a) $(0,0,1)$ (b) $(4,6,0)$ (c) $(0,0,2)$ (d) $(0,0,5)$

(8) $T: V_3 \to V_3$ defined by $T(x_1,x_2,x_3) =$ ................... એ લિનિયર વિધેય થાય .

(a) $(0,x_1,x_3)$ (b) $(0,x_1,x_3+1)$ (c) $(1,x_1,x_3)$ (d) $(x_1,1,x_2)$

(9) જો $T: V_2^{\mathbb{C}} \to V_2^{\mathbb{C}}$ defined by $T(z_1,z_2)=(z_1+iz_2, z_1-iz_2)$ એ લિનિયર વિધેય હોય અને $B_1 \& B_2$ એ $V_2^{\mathbb{C}}$ ના સ્ટાન્ડર્ડ બેસિસ હોય તો $(T:B_1,B_2) =$ ................ થાય .

(a) $\begin{bmatrix}1 & i\\1 & i\end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix}1 & i\\1 & -i\end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix}1 & 1\\i & i\end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix}1 & 1\\i & -i\end{bmatrix}$

(10) જો $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ , $B_1=B_2=\{e_1,e_2,e_3\}$ , અને લિનિયર વિધેય T જ્યાં $A=(T:B_1,B_2)$ હોય તો T( x , y , z ) = ........... થાય .

(a) ( x , 0 , 0 ) (b) ( 0 , y , 0 ) (c) ( 0 , 0 , z ) (d) ( x , y , z )

[P.T.O.]

Que.2 નીચેના પ્રશ્નના જવાબ આપો. ( ગમેતે દસ ) 20

(1) જો S એ વેક્ટર સ્પેસ V નો અરિક્ત ઉપગણ હોય અને $\alpha u + \beta v \in S$ , $\forall u, v \in S$ ; $\forall$ scalar $\alpha, \beta$ હોય તો સાબિત કરો કે S એ V નો સબસ્પેસ થાય .

(2) $\{(x_1, x_2, x_3) \in V_3 / \ x_3 = \sqrt{2}x_2$ or $x_1 = 3x_2\}$ એ $V_3$ નો સબસ્પેસ થાય કે નહીં તે ચકાસો..

(3) $k$ ની કેવી કિંમત માટે $(1, -2, k) \in [S]$ થાય , જ્યાં $S = \{(3, 0, -2) \ , \ (2, -1, -5)\}$ હોય .

(4) $\{(1, 2, 1), (-1, 1, 0), (5, -1, 2)\}$ એ $V_3$ માં LD થાય કે નહીં તે ચકાસો .

(5) $\{x^2 - 4, x + 2, x - 2, \frac{x^2}{3}\}$ એ $P_3$ માં LD થાય કે નહીં તે ચકાસો .

(6) V વેક્ટર સ્પેસ હોય તો સાબિત કરો કે $\{v_1, v_2\}$ LD થાય જો અને તો જ (iff) $v_1$ and $v_2$ સમરેખીય હોય .

(7) જો V વેક્ટર સ્પેસને $n$ સભ્યો ધરાવતો બેસિસ હોય તો સાબિત કરો કે V ના બીજા દરેક બેસિસ માં પણ $n$ સભ્યો હોય .

(8) $V_3$ ના સબસ્પેસ $W = \{(3, -6, 3) \ , \ (-2, 4, -2)\}$ ના બેસિસ અને ડાઈમેન્સન શોધો .

(9) $T : V_3 \to V_2$ defined by $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_2x_3)$ એ લિનિયર વિધેય થાય કે નહીં તે ચકાસો .

(10) $T : U \to V$ લિનિયર વિધેય હોય તો સાબિત કરો કે
$T(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + .... + \alpha_n u_n) = \alpha_1 T(u_1) + \alpha_2 T(u_2) + ..... + \alpha_n T(u_n)$ , $\forall$ scalar $\alpha_1, \alpha_2, ...., \alpha_n$ , $\forall \ u_1, u_2, ...., u_n \in U$ .

(11) $T : V_2 \to V_4$ defined by $T(1, 1) = (0, 1, 0, 0)$, $T(1, -1) = (1, 0, 0, 0)$ હોય એવું લિનિયર વિધેય શોધો .

(12) $T : V_3 \to V_3$ be defined by $T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_2 \ , \ x_2 - x_3 \ , \ x_3 + x_1)$ એ લિનિયર વિધેય હોય તો $(T : B_1, B_2)$ શોધો , જ્યાં $B_1 = \{(1, 2, 3), (1, 0, 0), (1, 1, 0)\}$ ; $B_2 = \{e_1, e_2, e_3\}$ .

Que.3 (a) સાબિત કરો કે $P_2(x)$ એ.સરવાળા અને ગુણાકાર માટે $\mathbb{R}$ ઉપરનો વેક્ટર સ્પેસ થાય . 4

(b) $S = \{(1, 2, 1) \ , \ (1, 1, -1) \ , \ (4, 5, -2)\}$ હોય તો ચકાસો કે નીચે માથી ક્યો સભ્ય [S] માં હશે . 3
(i) $(-1/3, -1/3, 1/3)$ (ii) $(1, -3, 5)$

(c) જો S એ વેક્ટર સ્પેસ V નો અરિક્ત ઉપગણ હોય તો સાબિત કરો કે S એ V નો સબસ્પેસ થાય જો અને તો જ (iff) નીચેની સરતોનું પાલન થાય
(i) $u + v \in S$ , $\forall u, v \in S$ (ii) $\alpha u \in S$, $\forall u \in S$ , $\forall$ scalar $\alpha$ . 3

OR

Que.3 (d) જો $R^+$ એ ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ નો ગણ હોય અને $u+v = uv$ , $\forall \ u, v \in R^+$ ; $\alpha u = u^\alpha, \forall \ u \in R^+, \alpha \in \mathbb{R}$ વ્યાખ્યાઈત કરેલા હોય તો સાબિત કરો કે $R^+$ વેક્ટર સ્પેસ થાય . 5

(e) $S = \{x^3 \ , \ x^2 + 2x \ , \ x^2 + 2 \ , \ 1 - x\}$ હોય તો ચકાસો કે નીચેના માથી ક્યો સભ્ય [S] માં હશે . 5
(i) $x^3 + x^2 + 2x + 3$ (ii) $3x^2 + x + 5$

Que.4 (a) $V_3$ નો ઉપગણ $S = \{(1, 1, 2) \ , \ (-3, 1, 0) \ , \ (1, -1, 1) \ , \ (1, 2, -3)\}$ ગણ LD છે કે નહીં તે ચકાસો . જો S ગણ LD હોય તો S નો એવો સભ્ય સોધો કે જે આગળ ના સભ્યો ના સ્પાનમાં હોય . વધુમાં S નો LI ઉપગણ A શોધો જેના માટે [A]=[S] થાય . 5

(b) વેક્ટર સ્પેસ V માં , જો $S = \{v_1, v_2, ...., v_n\}$ ઓર્ડર ગણ હોય અને $v_1 \neq 0$ હોય તો સાબિત કરો કે S ગણ LD થાય જો અને તો જ $v_1, v_2, ...., v_n$ નો એક સદીસ , $v_k$ એ $v_1, v_2, ...., v_{k-1}$ ના સ્પાનમાં હોય . વધુમાં સાબિત કરો કે S નો LI ઉપગણ A મળે , જેના માટે $[A] = [S]$ થાય . 5

OR

Que.4 (c) $V_3$ નો ઉપગણ $S = \{(1,-1,2)\ ,\ (1,1,2)\ ,\ (3,0,0)\ ,\ (2,1,-1)\}$ ગણ LD છે કે નહીં તે ચકાસો . જો S ગણ LD હોય તો S નો એવો સભ્ય સોધો કે જે આગળ ના સભ્યો ના સ્પાનમાં હોય . વધુમાં S નો LI ઉપગણ A શોધો જેના માટે [A]=[S] થાય . 4

(d) સાબિત કરો કે $(1+i, 2i)$ & $(1, 1+i)$ સદીસ $V_2^C$ માં LD થાય પરંતુ $V_2$ માં LI થાય . . 3

(e) $\{1+x+2x^2\ ,\ 3-x+x^2\ ,\ 2+x\ ,\ 7+5x+x^2\}$ એ $P_3$ માં LD થાય કે નહીં તે ચકાસો . 3

Que.5 (a) વેક્ટર સ્પેસ V માં જો $B = \{v_1, v_2, ...., v_n\}$ સ્પાન V હોય તો સાબિત કરો કે નીચેની બંને શરતો સરખી (equivalent) છે 4
(i) B LI છે .
(ii) જો $v \in V$ હોય તો $v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + ..... + \alpha_n v_n$ ને એક જ (unique) રીતે લખી શકાય .

(b) $S = \{(1,5,-6), (2,1,8), (3,-1,4), (2,1,1)\}$ એ $V_3$ માટે બેસિસ થાય કે નહીં તે ચકાસો . જો ના થતો હોય તો $V_3$ ના સબસ્પેસ [S] ની ડાઈમેન્સન શોધો . 3

(c) $T : P \to P$ defined by $T(p)(x) = xp(x) + p(1)$ એ લિનિયર વિધેય થાય કે નહીં તે ચકાસો . 3

OR

Que.5 (d) જો $U$ અને $W$ એ ફાઇનાઇટ ડાઈમેન્સનલ વેક્ટર સ્પેસ $V$ ના સબસ્પેસ હોય તો સાબિત કરો કે $dim(U+W) = dim(U) + dim(W) - dim(U \cap W)$ થાય . 6

(e) $S = \{(1,1,1), (1,0,-1), (3,-1,0), (2,1,-2)\}$ એ $V_3$ માટે બેસિસ થાય કે નહીં તે ચકાસો . જો ના થતો હોય તો $V_3$ ના સબસ્પેસ [S] ની ડાઈમેન્સન શોધો . 4

Que.6 (a) જો $T : V_3 \to V_2$ be defined by $T(x,y,z) = (x+y, y+z)$ લિનિયર વિધેય હોય તો $(T : B_1, B_2)$ શોધો , જ્યાં 5

$$B_1 = \left\{ \left(1\ ,\ 1\ ,\ \frac{2}{3}\right)\ ,\ (-1,2,-1)\ ,\ \left(2\ ,\ 3\ ,\ \frac{1}{2}\right) \right\}\ ;\ B_2 = \left\{ (1,3)\ ,\ \left(\frac{1}{2}\ ,\ 1\right) \right\}.$$

(b) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો લિનિયર વિધેય $T : V_3 \to V_2$ શોધો , જેના માટે $A = (T : B_1, B_2)$ થાય , જ્યાં 5

$B_1 = \{(1,-1,1), (1,2,0), (0,-1,0)\}\ ;\ B_2 = \{(1,0), (2,-1)\}$ .

OR

Que.6 (c) જો $T : P_2 \to P_3$ be defined by $T(P)(x) = xP(x)$ લિનિયર વિધેય હોય તો $(T : B_1, B_2)$ શોધો , જ્યાં 4
$B_1 = \{1, x, x^2\}\ ;\ B_2 = \{1+x, (1+x)^2, (1+x)^3, 1-x\}$ .

(d) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો લિનિયર વિધેય $T : V_3 \to V_2$ શોધો , જેના માટે $A = (T : B_1, B_2)$ થાય , જ્યાં 3

$B_1 = \{(1,1,1)\ ,\ (1,2,3)\ ,\ (1,0,0)\}\ ;\ B_2 = \{(1,1)\ ,\ (1,-1)\}$ .

(e) જો $B = \{u_1, u_2, ...., u_n\}$ એ $U$ માટે બેસિસ હોય અને $v_1, v_2, ...., v_n$ એ V ના $n$ અલગ અલગ સદીસ હોય તો સાબિત કરો કે એક જ (unique) લિનિયર વિધેય $T : U \to V$ જેના માટે $T(u_i) = v_i$ દરેક $i = 1, 2, ...., n$ શક્ય બને . 3