(136 & A-35) (Eng)

SEAT No.______

No of printed pages : 3

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc.( SEMESTER - I ) EXAMINATION (NC)

Monday , $22^{nd}$ October,2018

US01CMTH01 (Analytic Geometry and Complex Numbers)

Time : 02:00 p.m. to 04:00 p.m. Maximum Marks : 70

---

Que.1 Fill in the following blanks . 10

(1) Asymptotes of $y = \dfrac{2}{(x+1)(x-2)}$ are .............

(a) x = 1 , - 2 ; y = 1 (b) x = - 1 , 2 ; y = 0 (c) x = 1 , 2 ; y = 1 (d) not possible

(2) $y = \dfrac{x^2-1}{x^2-4}$ is symmetric about ..........

(a) x-axis (b) y - axis (c) origin (d) none of these

(3) The curve of $y = \dfrac{(x-1)(x+2)}{x(x-4)}$ has ........... branches .

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(4) The curve of $r = cos2\theta$ is symmetric about ..........

(a) polar axis (b) normal axis (c) pole (d) polar axis , normal axis and pole

(5) $r = \tan\theta \sec\theta$ represent a .............

(a) line (b) parabola (c) ellipse (d) circle

(6) $r = 2 + 2\cos\theta$ is equation of ............

(a) rose curve (b) lemniscate (c) ellipse (d) limacon

(7) Polar equation of horizontal line below the pole is ...........

(a) $p = r\cos\theta$ (b) $p = r\sin\theta$ (c) $p = -r\sin\theta$ (d) $p = -r\cos\theta$

(8) Reciprocal curve of $r = 2 + \cos\theta$ represent ....................

(a) limacon (b) parabola (c) ellipse (d) hyperbola

(9) The modulus of $\dfrac{(3-\sqrt{2}\,i)^2}{(1+2i)^2}$ is ................

(a) $\dfrac{11}{\sqrt{5}}$ (b) $\dfrac{11}{5}$ (c) $\dfrac{7}{5}$ (d) $\dfrac{13}{\sqrt{5}}$

(10) $(\cos\theta - i\sin\theta)^n =$ ............

(a) $cisn\theta$ (b) $\frac{1}{cisn\theta}$ (c) $\frac{1}{cis\theta}$ (d) None of these

(P.T.O.)

Que.2 Answer the following ( Any Ten ) 20

(1) Discuss symmetry for $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ .

(2) Find the parametric equation for $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ .

(3) Find extent of the curve given by $x = 2t^2 + 1$ ; $y = 3t^2$ , $t$ is real .

(4) Express point $(3, 75^0)$ in three other ways such that $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .

(5) Express point $(4, 300^0)$ in cartesian form .

(6) Transfer the $r = 3/(2\cos\theta - 5\sin\theta)$ in cartesian form .

(7) Write polar equation of horizontal line through the point $(3, 90^0)$ .

(8) Find polar equation of circle with centre at $(7, 60^0)$ and radius is 10 .

(9) Find the polar equation of conic if directrix passes through the point $(5, \pi/2)$ and $e = 2/3$ .

(10) Find $|z|$ , if $z = 1 - \cos\alpha - i\sin\alpha$ .

(11) If $z = \cos\theta + i\sin\theta$ then find the value of $z^2 + \frac{1}{z^2}$ .

(12) Simplify $\frac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^4(\cos 2\theta - i\sin 2\theta)^{10}}{(\cos 4\theta + i\sin 4\theta)^3(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^4}$ .

Que.3 (a) Sketch the curve given by $y = \frac{x(x-4)}{(x-1)(x+2)}$ . 5

(b) Find asymptotes for the curve given by $x = t + \frac{1}{t^2}$ ; $y = t - \frac{1}{t^2}$ . 5

OR

Que.3 (c) Sketch the curve given by $y = \frac{(x+1)(x-2)}{x(x-4)}$ . 5

(d) If a curve is given by $x = f(t); y = g(t)$ and that both x and y get numerically large as t approaches some number,say $a$ .Then an oblique asymptote to the curve ,if it exist, is given by $y = mx + c$, where $m = \lim_{t \to a} \frac{dy}{dx}$ and $c = \lim_{t \to a} (y - mx)$. 5

Que.4 (a) Prove that a curve given by a polar equation is symmetric with respect to polar axis ,if one of the following condition hold: 5
(i) The equation remains unchanged on replacing $\theta$ by $-\theta$.
(ii)The equation remains unchanged on replacing $r$ by $-r$ and $\theta$ by $\pi - \theta$.

(b) Sketch the curve given by $r^2 = 9\sin 2\theta$ . 5

OR

Que.4 (c) Prove that a curve given by a polar equation is symmetric with respect to normal axis ,if one of the following condition hold: 5
(i) The equation remains unchanged on replacing $\theta$ by $\pi - \theta$.
(ii)The equation remains unchanged on replacing $r$ by $-r$ and $\theta$ by $-\theta$ .

(d) Sketch the curve given by $r = 3(1 + \cos\theta)$ . 5

Que.5 (a) If any straight line through the pole meets the circle $r^2 - 2rdcos(\theta - \alpha) + d^2 - a^2 = 0$ at point P and Q.Then prove that $OP \cdot OQ = d^2 - a^2$. 5

(b) Prove that polar equation of circle with centre $(r_1, \theta_1)$ and radius $a$ is given by $r^2 + r_1^2 - 2rr_1cos(\theta - \theta_1) = a^2$. 5
Also find equation of circle if centre is (i) on polar axis (ii) on normal axis ,at distance $a$ from the pole.

OR

Que.5 (c) Consider a conic,whose one focus is at the pole. Obtain equation of conic, where the directrix is perpendicular to the polar axis. 5

(d) Identify curve $r = 1 - 2\cos\theta$ . Also find its reciprocal curve . Sketch both of the curve with the same frame of reference. 5

Que.6 (a) Expand $cos^8\theta$ in a series of cosines of multiples of $\theta$ . 5

(b) State and prove De-Moivres theorem . 5

OR

Que.6 (c) Prove that $(1 + cos\theta + isin\theta)^n + (1 + cos\theta - isin\theta)^n = 2^{n+1}cos^n(\theta/2)cos(n\theta/2)$ . 5

(d) Prove that $cos6\theta = 32cos^6\theta - 48cos^4\theta + 18cos^2\theta - 1$ . 5

— x —

SC

(136 & A-35)
(GUJ)

No of printed pages : 3

# SARDAR PATEL UNIVERSITY
## B.Sc.( SEMESTER - I ) EXAMINATION (NC)
Monday , $22^{nd}$ October,2018

US01CMTH01 (Analytic Geometry and Complex Numbers)

Time : 02:00 p.m. to 04:00 p.m. Maximum Marks : 70

---

Que.1 યોગ્ય વિકલ્પનો ઉપયોગ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો 10

(1) $y = \dfrac{2}{(x+1)(x-2)}$ માટે અનંત સ્પર્શક ............. થાય .

(a) $x = 1, -2$ ; $y = 1$ (b) $x = -1, 2$ ; $y = 0$ (c) $x = 1, 2$ ; $y = 1$ (d) કોઇ નહીં

(2) $y = \dfrac{x^2-1}{x^2-4}$ વક્ર .......... ને સાપેક્ષ સમ્મિત થાય .

(a) x-અક્ષ (b) y - અક્સ (c) ઉગમ બિંદુ (d) કોઇ નહીં

(3) $y = \dfrac{(x-1)(x+2)}{x(x-4)}$ વક્રને ........... શાખા છે .

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(4) $r = cos2\theta$ વક્ર .......... માટે સમ્મિત થાય .

(a) પોલર અક્સ (b)નોર્મલ અક્સ (c)ઉગમ બિંદુ (d) પોલર અક્સ ,નોર્મલ અક્સ અને ઉગમ બિંદુ

(5) $r = \tan\theta \sec\theta$ ............. થાય .

(a) રેખા (b) પરવલય (c) ઉપવલય (d) વર્તુળ

(6) $r = 2 + 2\cos\theta$ ............ નુ સમિકરણ છે .

(a) રોસ વક્ર (b) લેમનિસ્કેટ (c) ઉપવલય (d) લિમેકોન

(7) ઉગમ બિંદુ નિચેની આડી રેખાનુ પોલર સમિકરણ ........... થાય .

(a) $p = r\cos\theta$ (b) $p = r\sin\theta$ (c) $p = -r\sin\theta$ (d) $p = -r\cos\theta$

(8) $r = 2 + \cos\theta$ નો વ્યસ્ત સમિકરણ .................... થાય .

(a) લિમેકોન (b) પરવલય (c) ઉપવલય (d) અતિવલય

(9) $\dfrac{(3-\sqrt{2}\,i)^2}{(1+2i)^2}$ નો માનાંક ............... થાય .

(a) $\dfrac{11}{\sqrt{5}}$ (b) $\dfrac{11}{5}$ (c) $\dfrac{7}{5}$ (d) $\dfrac{13}{\sqrt{5}}$

(10) $(\cos\theta - i\sin\theta)^n =$ ............

(a) $cisn\theta$ (b) $\frac{1}{cisn\theta}$ (c) $\frac{1}{cis\theta}$ (d) કોઇ નહીં

Que.2 નીચેના પ્રશ્નના જવાબ આપો. ( ગમેતે દસ ) 20

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ માટે સમ્મિતનુ વર્ણન કરો .

(2) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ નુ અચલ સમિકરણ શોધો .

(3) $x = 2t^2 + 1$ ; $y = 3t^2$ માટે એક્ષ્ટંટ શોધો .

(4) $(3, 75^0)$ બિંદુને બીજી ત્રણ રીતે લખો ,જ્યા $-2\pi \le \theta \le 2\pi$ .

(5) $(4, 300^0)$ બિંદુને કાર્તેસિઅન સ્વરુપ્ મા લખો .

(6) $r = 3/(2\cos\theta - 5\sin\theta)$ કાર્તેસિયન સ્વરુપ્ મા ફેરવો .

(7) $(3, 90^0)$ બિંદુમાથી પસાર થતી આડી રેખાનુ પોલર સમિકરણ લખો .

(8) $(7, 60^0)$ મધ્ય બિંદુ હોય અને 10 ત્રિજ્યા હોય એવા વર્તુળનુ પોલર સમિકરણ શોધો .

(9) નિયામિકા $(5, \pi/2)$ માથી પસાર થતી હોય અને $e = 2/3$ હોય એવા શાંકવનુ પોલર સમિકરણ શોધો .

(10) જો $z = 1 - \cos\alpha - i\sin\alpha$ હોય તો $|z|$ શોધો .

(11) જો $z = \cos\theta + i\sin\theta$ હોય તો $z^2 + \dfrac{1}{z^2}$ શોધો .

(12) $\dfrac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^4(\cos 2\theta - i\sin 2\theta)^{10}}{(\cos 4\theta + i\sin 4\theta)^3(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^4}$ શોધો .

Que.3 (a) $y = \dfrac{x(x-4)}{(x-1)(x+2)}$ ધ્વારા મળતો વક્ર દોરો . 5

(b) $x = t + \dfrac{1}{t^2}$ ; $y = t - \dfrac{1}{t^2}$ વક્ર માટે અનંત સ્પર્શક શોધો . 5

OR

Que.3 (c) $y = \dfrac{(x+1)(x-2)}{x(x-4)}$ ધ્વારા મળતો વક્ર દોરો . 5

(d) $x = f(t)$ ; $y = g(t)$ વક્ર હોય , જો $t \to a$ હોય તો $x$ અને $y$ ખુબજ મોટા થાય . સાબિત કરો કે ઓબ્લિક અનંત સ્પર્શક જો મળતો હોય તો $y = mx + c$ થાય , જ્યા $m = \lim_{t\to a} \dfrac{dy}{dx}$ અને $c = \lim_{t\to a} (y - mx)$ . 5

Que.4 (a) સાબિત કરો કે પોલર સમિકરણ પોલર અક્ષ ને સાપેક્ષ સમ્મિત થાય . જો નિચેની કોઇ એક શરતતનુ પાલન થાય તો : 5
(i) $\theta$ ની જગ્યાએ $-\theta$ મુકતા સમિકરણમા કોઇ ફરક ન પડે .
(ii) $r$ ની જગ્યાએ $-r$ અને $\theta$ ની જગ્યાએ $\pi - \theta$ મુકતા સમિકરણમા કોઇ ફરક ન પડે .

(b) $r^2 = 9\sin 2\theta$ ધ્વારા મળતો વક્ર દોરો . 5

OR

Que.4 (c) સાબિત કરો કે પોલર સમિકરણ નોર્મલ અક્ષ ને સાપેક્ષ સમ્મિત થાય , જો નિચેની કોઇ એક શરતતનુ પાલન થાય તો : 5
(i) $\theta$ ની જગ્યાએ $\pi - \theta$ મુકતા સમિકરણમા કોઇ ફરક ન પડે .
(ii) $r$ ની જગ્યાએ $-r$ અને $\theta$ ની જગ્યાએ $-\theta$ મુકતા સમિકરણમા કોઇ ફરક ન પડે ..

(d) $r = 3(1 + \cos\theta)$ ધ્વારા મળતો વક્ર દોરો . 5

Que.5 (a) જો ઉગમ બિંદુમાથી પસાર થતી કોઇ સીધી રેખા $r^2 - 2rd\cos(\theta - \alpha) + d^2 - a^2 = 0$ વર્તુળ ને P અને Q બિંદુ પાસે મળે તો સાબિત કરો કે $OP \cdot OQ = d^2 - a^2$ થાય . 5

(b) સાબિત કરો કે $(r_1, \theta_1)$ મધ્ય બિંદુ હોય અને $a$ ત્રિજ્યા હોય એવા વર્તુળ નુ સમિકરણ $r^2 + r_1^2 - 2rr_1\cos(\theta - \theta_1) = a^2$ થાય . 5
વધુમા જો મધ્ય બિંદુ (i) પોલર અક્ષ (ii) નોર્મલ અક્ષ , ઉપર ઉગમ બિંદથી $a$ અંતરે હોય તો વર્તુળનુ સમિકરણ શોધો .

OR

Que.5 (c) જેનુ એક નાભિ બિંદુ ઉગમ બિંદુ હોય એવ કોનિક નુ સમિકરણ મેંળવો ,જ્યા ડાયરેકટ્રિકસ પોલર અક્ષ ને લમ્બ હોય . 5

(d) $r = 1 - 2\cos\theta$ વક્રને ઓળખો .વધુમા તેનો વ્યસ્ત વક્ર શોધો અને બન્ને વક્રને દોરો . 5

Que.6 (a) $\cos^8\theta$ નુ વિસ્તરણ કોસાઇનની શ્રેણી મા $\theta$ ના ગુણક્મા કરો . 5

(b) ડી-મુવિઅર્સ નો પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો . 5

OR

Que.6 (c) સાબિત કરો કે $(1 + \cos\theta + i\sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i\sin\theta)^n = 2^{n+1}\cos^n(\theta/2)\cos(n\theta/2)$ થાય . 5

(d) સાબિત કરો કે $\cos6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$ થાય . 5

— X —