

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B Sc 1st Semester Examination
2016
Wednesday, 16th April
10.00 am to 12.00 noon
US01CMTH02 – MATHEMATICS
Calculus and Differential Equations

Maximum Marks : 70

1. યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ આપો :

[10]

(1) જો $y = (3x - 7)^{100}$ તો $y_{101} =$ _____

- a. $(100)! 3^{100}(3x - 7)$ b. $(101)! 3^{101}(3x - 7)$
c. $(100)! 3^{100}$ d. 0

(2) જો $y = e^x \cos x$ તો $y_n =$ _____

- a. $(\sqrt{2})^n e^x \cos(x + n\frac{\pi}{4})$ b. $(2^n) e^x \cos(x + n\frac{\pi}{4})$
c. $(2^n) e^x \sin(x + n\frac{\pi}{4})$ d. $(\sqrt{2})^n e^x \sin(x + n\frac{\pi}{4})$

(3) જો $r = a e^{b\theta}$ તો $\tan \theta =$ _____

- a. $\frac{1}{b}$ b. b
c. $-\frac{1}{b}$ d. a

(4) વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ ની વક્રતા ત્રિજ્યા _____ છે.

- a. $\frac{1}{a}$ b. $-\frac{1}{a}$
c. a d. $-a$

(5) વિકલ સમીકરણ $p^2 - x^2 = 0$ નો ઉકેલ $y =$ _____ છે

- a. $(y - x - c)(y + x - c) = 0$. b. $(y - x^2 - c)(y + x^2 - c) = 0$.
c. $(y - x - c) = 0$. d. $(y - x^2 - c) = 0$.

(6) જો $y = \frac{1}{x}$ તો $y_n =$ _____

- a. $\frac{(-1)^n n!}{x^n}$ b. $\frac{(-1)^n n!}{x^{n-1}}$
c. $\frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$ d. $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$

(7) જો $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 y^2}{x+y} \right)$ તો $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} =$ _____

- a. $\tan u$ b. $2 \tan u$
c. $2 \sin u$ d. $\sin u$

(8) જો $f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$ તો $f_x =$ _____ છે .

a. $\frac{2x}{(x+y)^2}$

b. $\frac{-2x}{(x+y)^2}$

c. $\frac{-2y}{(x+y)^2}$

d. $\frac{2y}{(x+y)^2}$

(9) વિકલ સમીકરણ $y = px + e^p$, $p = \frac{dy}{dx}$ નો સામાન્ય ઉકેલ _____ છે.

a. $y = cx + c$

b. $y = cx + e^c$

c. $x = cy - c$

d. $x = cy + c^2$

(10) _____ વક ની વકતા ત્રિજ્યા તેના કોઈ પણ બિંદુ એ અનંત(અવ્યાખ્યાયિત) છે.

a. 1 ત્રિજ્યા વાળું વર્તુળ

b. પરવલય $y^2 = 4x$

c. રેખા $y = x$

d. કોઈ પણ નહીં

2. કોઈ પણ દસ ના જવાબ લખો.

[20]

1) જો $y = \sin^2(2x)$, તો y_n શોધો.

2) જો $y = \frac{1}{4x^2-9}$, તો y_n શોધો.

3) જો $r = a(1 + \cos \theta)$, તો ϕ શોધો.

4) વક $s = 8a \sin^2\left(\frac{\psi}{6}\right)$ માટે શોધો.

5) વક $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ માટે $\frac{ds}{dx}$ શોધો.

6) વક $y = \cosh x$ ની બિંદુ $(0,1)$ થી $(1,e)$ સુધી ની લંબાઈ શોધો.

7) જો $z = \sin^{-1}(3t - 4t^3)$ તો $\frac{dz}{dt}$ શોધો.

8) જો $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$ તો સાબિત કરો કે $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

9) જો $e^x + e^y = 2xy$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

10) ઉકેલો : $(ax + hy + g)dx + (hx + by + f)dy = 0$

11) ઉકેલો : $(p^2 - 12p + 35)(p - x) = 0$, $p = \frac{dy}{dx}$

12) ઉકેલો : $y = px \log x$, $p = \frac{dy}{dx}$

3. જો $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^m$, તો સાબિત કરો કે $(1 + x^2)y_{n+2} + (2n + 1)x y_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$, અને તે પર થી $y_n(0)$ શોધો. [10]

OR

3. (a) જો $y = e^{ax} \sin(bx + c)$ તો સાબિત કરો કે $y_n = r^n e^{ax} \sin(bx + c + n\phi)$ જ્યાં

$a = r \cos \phi$, $b = r \sin \phi$

[5]

(2)

(b) જો $y = \log(ax + b)$ તો સાબિત કરો કે $y_n = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)! a^n}{(ax+b)^n}$ [5]

4. વક્રતા ત્રિજ્યા ની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે વક્ર $r = f(\theta)$ ની વક્રતા ત્રિજ્યા

$$\rho = \frac{(r^2 + r_1^2)^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2r_1^2 - r r_2}$$
 જ્યાં $r_1 = f'(\theta)$ અને $r_2 = f''(\theta)$ [10]

OR

4. સાબિત કરો કે વક્ર $x^2(a^2 - x^2) = 8a^2y^2$ ની સંપૂર્ણ લંબાઈ $\pi a\sqrt{2}$ છે. [10]

5. (a) ઓઈલર નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો [5]

(b) $z = x^n \log\left(\frac{y}{x}\right)$ માટે ઓઈલર નું પ્રમેય ચકાસો. [5]

OR

5. (a) જો $z = f(x, y)$, $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ તો સાબિત કરો કે $\left[\frac{\partial z}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial z}{\partial y}\right]^2 = \left[\frac{\partial z}{\partial r}\right]^2 + \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial z}{\partial \theta}\right]^2$ [5]

(b) જો $H = f(2x - 3y, 3y - 4z, 4z - 2x)$, તો સાબિત કરો કે $\frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{1}{4} \frac{\partial H}{\partial z} = 0$ [5]

6. ક્લેરોટ નું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. તે પર થી વિકલ સમીકરણ

$$\sin px \cos y = \cos px \sin y - \log p + p^3, \text{ નો ઉકેલ મેળવો જ્યાં } p = \frac{dy}{dx}$$

OR

6. (a) વિકલ સમીકરણ $p^2 + 2p \cot x = y^2$ નો ઉકેલ મેળવો જ્યાં $p = \frac{dy}{dx}$ [5]

(b) સમઘનીય પરવલય $ay^2 = x^3$ ના લંબચ્છેદી વક્રો શોધો [5]

— X —
③

