[21 & A-11] Seat No. ________ No. of printed page: 03

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B. Sc. (I Semester) Examination
2016
Tuesday, 15th November
10.00 am - 12.00 pm
US01CMTH01 - Mathematics
Analytical Geometry & Complex Numbers

કુલ ગુણ : ૭૦

નોંધ :- જમણી બાજુના આંક પ્રશ્નના ગુણ દર્શાવે છે.

પ્ર.૧ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ આપો. (૧૦)

(૧) $y=\frac{x^2-1}{x^2-4}$ નાં અનંત સ્પર્શકો .... છે.

(a) x = 2, -2; y=1 (b) x = 1, -1; y=1
(c) x = 2, -2; y = 0 (d) x = 1, -1; y=-2

(૨) વક્ર $y=\frac{2}{3x}$ .... ને સંમિત છે.

(a) x-અક્ષ (b) y-અક્ષ (c) ઉદ્‌ગમબિંદુ (d) એકપણ નહી

(૩) દ્વિપાશીનો આકાર .... જેવો લાગે છે.

(a) 8 (b) ફૂલ (c) ગુલાબ (d) હૃદય

(૪) વક્ર $r = \sin 4\theta$ .... ને સંમિત છે.

(a) ધ્રુવીય અક્ષ (b) લંબ અક્ષ (c) ધ્રુવ (d) ધ્રુવીય અક્ષ, લંબ અક્ષ અને ધ્રુવ

(૫) ધ્રુવની ડાબી બાજુની શિરોલંબ રેખાનું ધ્રુવીય સમીકરણ .... છે.

(a) $p = r\cos\theta$ (b) $p = r\sin\theta$ (c) $p = -r\sin\theta$ (d) $p = -r\cos\theta$

(૬) જો ઉત્કેન્દ્રના $e < 1$ તો શાંકવ .... દર્શાવે છે.

(a) અતિવલય (b) પરવલય (c) વર્તુળ (d) ઉપવલય

(૭) વર્તુળ $r = -9\sin\theta$ નું કેન્દ્ર .... છે.

(a) $(3, \frac{\pi}{2})$ (b) $(\frac{9}{2}, \frac{3\pi}{2})$ (c) $(\frac{9}{2}, \frac{\pi}{2})$ (d) $(9, \frac{3\pi}{2})$

(૮) સંકર સંખ્યા $-\sqrt{3}+i$ નો કોણાંક .... છે.

(a) 60^0 (b) 150^0 (c) 30^0 (d) 120^0

(૯) 1નાં ઘનમૂળો .... છે.

(a) 1, -1 (b) $1, \frac{-1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $1, \pm\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $1, \frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$

(૧૦) $z + \frac{1}{z}$ નું મૂલ્ય .... છે.

(a) 2Cosθ (b) Cos2θ (c) 2Sinθ (d) 0

પ્ર.૨ **કોઈપણ દશ (૧૦)ના જવાબ આપો.** (૨૦)

(૧) વક્ર $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ નાં પ્રચલ સમીકરણો શોધો.

(૨) વક્ર $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ ની સંમિતતા ચર્ચો.

(૩) $r = \tan\theta \sec\theta$ નું કાર્ટેઝ્યન સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરો.

(૪) બિંદુ $(-\sqrt{3}, 1)$ ને ધ્રુવીય યામમાં અભિવ્યક્ત કરો.

(૫) વક્ર $3(1 + \cos\theta)$ની ઓળખ કરો.

(૬) વર્તુળ $r = 5\cos\theta$ ની ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર શોધો.

(૭) જો નિયામિકા એ બિંદુ $(5, \frac{\pi}{2})$ માંથી પસાર થતી હોય અને જેની ઉત્કેન્દ્રતા $e = \frac{2}{3}$ હોય તેવા શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ શોધો.

(૮) જેનું કેન્દ્ર $(5, 225^0)$ અને ત્રિજ્યા ૨ હોય તેવા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ શોધો.

(૯) વક્ર $y = \frac{2}{x^2 - x - 2}$ નો x - અંતઃખંડ અને y - અંતઃખંડ શોધો.

(૧૦) સંકર સંખ્યા $z = (1 + 2i)(1 - 3i)$નો વાસ્તવિક અંશ અને કાલ્પનીક અંશ શોધો.

(૧૧) $(\cos\theta - i\sin\theta)^n$ ની કિંમત મેળવો.

(૧૨) જો $z = x + iy$ તો $\frac{z + \bar{z}}{2}$ શોધો.

પ્ર.3

(અ) વક્ર $x = f(t),\ y = g(t)$ $t \to a$ માં હોય ત્યારે x અને y નું સંખ્યાત્મક મૂલ્ય વધતું જાય તો સાબિત કરો કે તેનો તિર્યક અનંત સ્પર્શક (જો અસ્તિત્વ ધરાવે તો) $y = mx + c$ દ્વારા મળે છે. (૦૫)

જ્યાં $m = \lim_{t \to a} \frac{dy}{dx}$ અને $C = \lim_{t \to a} (y - mx)$

(બ) વક્ર $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ નું આલેખન કરો. (૦૫)

અથવા

પ્ર.3

(અ) ચક્રજ (cycloid)નાં પ્રચલ સમીકરણો મેળવો. (૦૫)

(બ) વક્ર $x = t + \frac{1}{t^2},\ y = t - \frac{1}{t^2}$ નાં અનંત સ્પર્શકો મેળવો. (૦૫)

પ્ર.૪

(અ) ધ્રુવીય વક્ર લંબાણોને ક્યારે સંમિત હોય ? સાબિત કરો. (૦૫)

(બ) વક્ર $r = 2 + \cos\theta$ નું આલેખન કરો. (૦૫)

અથવા

પ્ર.૪

(અ) ધ્રુવીય વક્ર ધ્રુવીય અક્ષોને ક્યારે સંમિત હોય ? સાબિત કરો. (૦૫)

(બ) વક્ર $r^2 = -16 Sin 2\theta$ નું આલેખન કરો. (૦૫)

પ્ર.૫

(અ) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ $r = \frac{pe}{1 \pm e\cos\theta}$ છે. (૦૫)

(બ) વ્યાખ્યા : વ્યસ્ત વક્ર (૦૫)
વક્ર $r = 1 + 2\cos\theta$ ની ઓળખ કરો અને તેનો વ્યસ્ત વક્ર શોધો અને બન્ને વક્રોનું સમાન યામ પદ્ધતિમાં નિરૂપણ કરો.

અથવા

પ્ર.૫

(અ) સાબિત કરો કે (r_1, θ_1) કેન્દ્ર અને a ત્રિજયાવાળા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ (૦૫)
$r^2 + r_1^2 - 2r r_1 \cos(\theta - \theta_1) = a^2$ છે.
ઉપરાંત જો કેન્દ્ર ધ્રુવીય અક્ષ ઉપર હોય તો વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

(બ) પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે સુરેખાનું ધ્રુવીય સમીકરણ $p = r\cos(\theta - w)$ છે. (૦૫)
તદ્ઉપરાંત (i) ધ્રુવીય અક્ષોને લંબ હોય તેવી અને (ii) ધ્રુવીય અક્ષોને સમાંતર હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

પ્ર.૬

(અ) સાબિત કરો : (૦૫)

$$(1 + Cos\theta + i\,Sin\theta)^n + (1 + Cos\theta - iSin\theta)^n = 2^{n+1} Cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right) Cos\left(\frac{n\theta}{2}\right)$$

(બ) ડી- મોઈવસનું પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી સમીકરણ $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ ઉકેલો. (૦૫)

અથવા

પ્ર.૬

(અ) ડી- મોઈવસનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. (૦૫)

(બ) $Cos^8\theta$ નું Cosની શ્રેણીમાં વિસ્તરણ કરો. (૦૫)

*****