SEAT No.________

[3/A-3]
E+G

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :2

MATHEMATICS, US02CMTH02

(Matrix Algebra & Differential Equations)

No. of Printed Pages: 4

Date : 01/10/2020 Time: 9:30 to 11:30

Q.1 Answer the following by selecting correct choice from the options : [10]

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ is a .... Matrix.

(a) Scalar (b) Zero (c) Identity (d) None of these

(2) Principle diagonal entries of skew- symmetric matrix are all ....

(a) Real (b) Complex (c) Zero (d) None of these

(3) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ then $A^2 =$ ....

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}$ (d) None of these

(4) A matrix A is said to be non-singular if ....

(a) $A \neq 0$ (b) $|A| = 0$ (c) $|A| \neq 0$ (d) None of these

(5) If -1 is not a characteristic root of A then $A + I$ is ....

(a) an orthogonal matrix (b) a non-singular matrix (c) a singular matrix (d) None of these

(6) Characteristic roots of a matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ are all ......

(a) Real (b) Zero (c) Pure imaginary (d) None of these

(7) The complementary function of $(D^2 - 1)y = sinx$ is ....

(a) $c_1e^x + c_2e^{-x}$ (b) $c_1e^x - c_2e^{-x}$ (c) $(c_1 + c_2x)e^{-x}$ (d) $(c_1 + c_2x)e^x$

(8) $\frac{1}{D-1} e^{-x} =$ ....

(a) $\frac{1}{2}e^{-x}$ (b) $-\frac{1}{2}e^{-x}$ (c) $2e^{-x}$ (d) $-2e^{-x}$

(9) $\frac{1}{f(D)} e^{2x}cos3x =$ ....

(a) $e^{2x} \frac{1}{f(D+2)} cos3x$ (b) $e^{2x} \frac{1}{f(D-2)} cos3x$ (c) $e^{2x} \frac{1}{f(D+3)} cos3x$ (d) None of these

(10) $\frac{1}{D^4+D^2+1} cos2x =$ ....

(a) $\frac{1}{10} cos2x$ (b) $-\frac{1}{10} cos2x$ (c) $-\frac{1}{13} cos2x$ (d) $\frac{1}{13} cos2x$

Q.2 Do as directed. [8]

(1) A square matrix A is said to be symmetric if $A =$ ....

(2) True or False : $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ is an upper triangular matrix.

(P.T.O)

(3) If $|A + 4I| = 0$ one of the characteristic root of A is ....

(4) True or False: The characteristic equation of a square matrix A is always satisfied by A.

(5) The complementary function of $(D^2 + 4)y = coshx$ is ....

(6) For a function $X(x)$, $\frac{1}{D+2} X =$ ....

(7) The particular integral of $(D^2 + a^2)y = cosax$ is ....

(8) True or False: The differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = e^x$ is a linear differential Equation With constant coefficients.

Q.3 Attempt any Ten. [20]

(1) Define: Identity Matrix with an example.

(2) Prove that $A = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$ is an orthogonal matrix.

(3) Define: Hermitian Matrix with an example.

(4) Define: characteristic root and characteristic vector of a square matrix.

(5) Define: Singular Matrix with illustration.

(6) Fine the characteristic roots of $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$.

(7) Find the complementary function of $\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 16y = e^{2x}$.

(8) Find $\frac{1}{(D+2)^3} e^{-2x}$.

(9) Find the complementary of $(D-2)^5 y = e^{15x}$.

(10) Find the particular integral of $(D^4 + D^2)y = sin4x$

(11) Evaluate : $\frac{1}{(D^4-3)} cos3x$.

(12) Find the particular integral of $(D^2 + 1)y = cos9x$.

Q.4 Attempt any Four. [32]

(1) Prove that every square matrix can be expressed in one and only one way as the sum of symmetric and skew- symmetric matrices.

(2) State and Prove distributive law for matrices.

(3) State and Prove Cayley- Hamilton theorem.

(4) Find the Characteristic vector of the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

(5) Solve : $(D^2 + 4)y = sec2x$.

(6) Obtain the rule for finding the particular integral of $f(D)y = e^{mx}$,where m is constant.

(7) Obtain the rule for finding the particular integral of $f(D)y = sinmx$, where m is constant.

(8) Solve : $(D^2 - 2D + 1)y = e^{3x}x^2$.

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM-2

MATHEMATICS, US02CMTH02 (GUJARATI)

(Matrix Algebra & Differential Equations)

Date : 01/10/2022 Time: 9:30 to 11:30

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પંસદ કરો. [10]

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ એ .... શ્રેણિક છે.

(a) અદિશ (b) શૂન્ય (c) એકમ (d) એકપણ નહી

(2) વિસંમિત શ્રેણિક માં બધા મુખ્ય વિકર્ણ ઘટકો .... છે.

(a) વાસ્તવિક (b) સંકર (c) શૂન્ય (d) એકપણ નહી

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ તો $A^2 =$ ....

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{bmatrix}$ (d) એકપણ નહી

(4) જો .... તો શ્રેણિક A એ અશૂન્ય શ્રેણિક છે.

(a) $A \neq 0$ (b) $|A| = 0$ (c) $|A| \neq 0$ (d) એકપણ નહી

(5) જો -1 એ A નું લાક્ષણિક બીજ ના હોય તો $A + I$ .... છે.

(a) લંબ શ્રેણિક (b) અશૂન્ય શ્રેણિક (c) શૂન્ય શ્રેણિક (d) એકપણ નહી

(6) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ એનાં દરેક લાક્ષણિક બીજ .... છે.

(a) વાસ્તવિક (b) શૂન્ય (c) કાલ્પનિક (d) એકપણ નહી

(7) $(D^2 - 1)y = sinx$ નું પૂરક વિધેય .... છે.

(a) $c_1e^x + c_2e^{-x}$ (b) $c_1e^x - c_2e^{-x}$ (c) $(c_1 + c_2x)e^{-x}$ (d) $(c_1 + c_2x)e^x$

(8) $\frac{1}{D-1} e^{-x} =$ ....

(a) $\frac{1}{2}e^{-x}$ (b) $-\frac{1}{2}e^{-x}$ (c) $2\,e^{-x}$ (d) $-2\,e^{-x}$

(9) $\frac{1}{f(D)} e^{2x}cos3x =$ ....

(a) $e^{2x} \frac{1}{f(D+2)} cos3x$ (b) $e^{2x} \frac{1}{f(D-2)} cos3x$ (c) $e^{2x} \frac{1}{f(D+3)} cos3x$ (d) એકપણ નહી

(10) $\frac{1}{D^4+D^2+1} cos2x =$ ....

(a) $\frac{1}{10} cos2x$ (b) $-\frac{1}{10} cos2x$ (c) $-\frac{1}{13} cos2x$ (d) $\frac{1}{13} cos2x$

Q.2 માગ્યા પ્રમાણે કરો. [8]

(1) જો $A =$ .... હોય તો ચોરસ શ્રેણિક A ને સંમિત શ્રેણિક કહેવામાં આવે છે.

(2) True or False : $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ એ ઉધ્વ ત્રિકોણીય શ્રેણિક (an upper triangular matrix) છે.

(3) જો $|A + 4I| = 0$ તો A નું એક લાક્ષણિક બીજ .... છે.

(4) True or False: ચોરસ શ્રેણિક A નું લાક્ષણિક સમીકરણ હંમેશા A ને સંતોષે છે.

(P.T.O.)

(5) $(D^2+4)y = coshx$ નું પૂરક વિધેય .... છે.

(6) વિધેય $X(x)$ માટે $\frac{1}{D+2}X =$ ....

(7) $(D^2+a^2)y = cosax$ નું વિશિષ્ટ સંકલ $(P.I)$ ....છે.

(8) True or False: વિકલ સમીકરણ $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = e^x$ એ અચલ સહગુણકોવાળું સુરેખ વિકલ સમીકરણ છે.

Q.3 ગમે તે 10 ના જવાબ આપો. [20]

(1) ઉદાહરણ સહિત એકમ શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો.

(2) સાબિત કરો કે $A = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$ એ લંબ શ્રેણિક છે.

(3) ઉદાહરણ સહિત હરમિશીયન શ્રેણિક ની વ્યાખ્યા આપો.

(4) ચોરસ શ્રેણિક ના લાક્ષણિક બીજ અને લાક્ષણિક સદિશ ની વ્યાખ્યા આપો.

(5) ઉદાહરણ સહિત શૂન્ય શ્રેણિક (Singular Matrix) ની વ્યાખ્યા આપો

(6) $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક બીજ શોધો.

(7) $\frac{d^2y}{dx^2} - 8\frac{dy}{dx} + 16y = e^{2x}$ નું પૂરક વિધેય શોધો.

(8) $\frac{1}{(D+2)^3}e^{-2x}$ શોધો.

(9) $(D-2)^5 y = e^{15x}$ નું પૂરક વિધેય શોધો.

(10) $(D^4+D^2)y = sin4x$ નું વિશિષ્ટ સંકલ $(P.I)$ શોધો.

(11) $\frac{1}{(D^4-3)}cos3x$ ની કિંમત શોધો

(12) $(D^2+1)y = cos9x$ નું વિશિષ્ટ સંકલ $(P.I)$ શોધો

Q.4 ગમે તે 4 ના જવાબ આપો. [32]

(1) સાબિત કરો કે દરેક ચોરસ શ્રેણિક ને સંમિત અને વિસંમિત શ્રેણિક ના સરવાળા સ્વરૂપે અનન્ય રીતે દર્શાવી શકાય છે.

(2) શ્રેણિકો માટે વિભાજન નો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.

(3) કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેય (Cayley-Hamilton theorem) લખો અને સાબિત કરો.

(4) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક સદિશો શોધો.

(5) ઉકેલો : $(D^2+4)y = sec2x.$

(6) વિકલ સમીકરણ $f(D)y = e^{mx}$ માટે વિશિષ્ટ સંકલ શોધવાની રીત મેળવો. જ્યાં m અચળ છે.

(7) વિકલ સમીકરણ $f(D)y = sinmx$ માટે વિશિષ્ટ સંકલ શોધવાની રીત મેળવો. જ્યાં m અચળ છે.

(8) ઉકેલો : $(D^2-2D+1)y = e^{3x}x^2.$

— X —