Uni. Seat No: _______

[A-8]
E+G

Printed Pages: 04

SARDAR PATEL UNIVERSITY
B. Sc. SEMESTER-2
ANALYTIC SOLID GEOMETRY
US02CMTH01
MATHEMATICS

Date: 22-9-2022
Thursday

Time: 09:30 am to 11:30 am
Total Marks: 70

Q:1 Answer the following by selecting correct choice from the given options. (10 marks)

(1) In the sphere the coefficients of x^2, y^2, z^2 are ______.
and its Centre is _______.
(a) equal (b) one (c) not equal (d) none of these

(2) Intersection of sphere and plane is ______.
(a) Line (b) Plane (c) Circle (d) Ellipse

(3) The necessary and sufficient condition of two spheres touch each other externally is____.
(a) $C_1 C_2 > r_1 + r_2$ (b) $C_1 C_2 = r_1 + r_2$ (c) $C_1 C_2 = | r_1 - r_2 |$ (d) $C_1 C_2 < r_1 + r_2$

(4) The surface $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$; represents a ______.
(a) Elliptic paraboloid (b) hyperbolic paraboloid
(c) Elliptic hyperboloid of one sheet (d) none of these

(5) The minor axis of the surface $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1$ is ______.
(a) X (b) Y (c) Z (d) None of these

(6) Line intersect a cone in maximum______ point.
(a) three (b) one (c) two (d) None of these

(7) Every cone is generated by _________.
(a) Lines (b) Circle (c) Ellipse (d) Parabola

(8) Every Cylinder has ______ vertex.
(a) only one (b) finitely many (c) no (d) infinitely

(9) A cylinder is a surface generated by a straight line which is always ______ to a fixed line
(a) parallel (b) perpendicular (c) above (d) below

(10) Every cylinder has _______ generators.
(a) only one (b) finitely many (c) two (d) infinitely many

Q:2 True or False **(8 marks)**

(1) Centre of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 11$ is (1,-2,3).
(2) Sphere $x^2 + y^2 + z^2 - x + y - 10z = 0$ is passing through the point (0,0,0) .
(3) Intersection of surface with XY-plane gives Z-trace.
(4) Vertex of second degree homogeneous equation of cone is (0,0,0).
(5) Given fixed curve in the cylinder is called guiding curve.

P.T.O.

(6) In a cylindrical polar co-ordinate system the equation Z=2 represents a plane parallel to ZX-plane.

(7) Every plane section of a right circular cylinder by a plane perpendicular to its axis is circle.

(8) If $Ax^2 + By^2 + Cz^2$ 2Fyz +2Gzx + 2Hxy = 0 is reciprocal cone of $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ then F = 1.

Q:3 Answer the following questions in short. (Any Ten) **(20 Mark)**

(1) Find the equation of sphere whose diameter is the line segment joining (3,4,5) and (1,2,3).

(2) Find radius and centre of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z = 35$.

(3) Find the equation of tangent plane to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 24 = 0$ at the point (1,1,2).

(4) Discuss the symmetry about xy-plane and x-axis of surface $x^2 + y^2 = 8z$.

(5) Find the Jacobian for u = x + 2y, v = 3x + y.

(6) Plot the point $(3,30^0,90^0)$ in R^3.

(7) Define tangent line and tangent plane to the cone.

(8) Find the equation of cone whose vertex is (0, 0, 0) and base is $ax^2 + by^2 = 1$, z = 3.

(9) Find the equation of cone with vertex at origin and passes through the curve $ax^2 + by^2 = 2z$, $lx + my + nz = p$.

(10) Find the equation of a right circular cylinder of radius 2 and whose axis is y-axis.

(11) Find the equation of the cylinder with the guiding curve given by $x^2 + 2y^2 = 1$, z = 0 and generators parallel to $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

(12) Define cylinder with figure.

Q:4 Attempt <u>any Four</u> questions of the following. **(32 marks)**

(1) Show that the plane $lx + my + nz = p$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ if and only if $(l^2 + m^2 + n^2)(u^2 + v^2 + w^2 - d) = (ul + vm + wn + p)^2$.

(2) Find the centre and radius of the circle S: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 19$; P: x + 2y + 2z + 7 = 0.

(3) Identify, describes and sketch the surface $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{y^2}{b^2}$.

(4) Identify and describes the surface $\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{1} = 2x$.

(5) Find the equation of cone with vertex (α, β, γ) and whose generators touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

(6) Find the equation of the right circular cylinder of radius 2 whose axis passes through the point (1, 2, 3) and has direction cosines proportional to (2, -3, 6).

(7) Prove that the reciprocal cone of the reciprocal cone is the cone itself.

(8) Find equation to the cylinder whose generator touch the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ and are parallel to the line to $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$.

Printed Pages: 4

Uni. Seat No: ________

SARDAR PATEL UNIVERSITY
F. Y. B. Sc. SEMESTER-2
ANALYTIC SOLID GEOMETRY
US02CMTH01
MATHEMATICS

Date: 22-09-2022
Thursday

Time: 09:30 pm to 11:30 pm
Total Marks: 70

Q:1 નીચેના પ્રશ્નોના આપેલ વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ આપો. **(10 marks)**

(1) ગોલકના સમીકરણમાં x^2, y^2, z^2 ના સહગુણકો ______ હોય.
(a) સરખા (b) એક (c) સરખા ના (d) કોઈપણ નહિ

(2) ગોલક અને સમતલનો છેદ ______ મળે છે.
(a) રેખા (b) સમતલ (c) વર્તુળ (d) ઉપવલય

(3) બે ગોલકો એકબીજાને બહારથી સ્પર્શે તે માટેની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત ______ છે.
(a) $C_1 C_2 > r_1 + r_2$ (b) $C_1 C_2 = r_1 + r_2$ (c) $C_1 C_2 = | r_1 - r_2 |$ (d) $C_1 C_2 < r_1 + r_2$

(4) પૃષ્ઠ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ એ ______ દર્શાવે છે.
(a) ઉપવલીય પરવલયજ (b) અતિવલીય પરવલયજ
(c) એક પૃષ્ઠી ઉપવલીય પરવલયજ (d) કોઈપણ નહિ

(5) પૃષ્ઠ $-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1$ ની ગૌણ અક્ષ ______ છે.
(a) X (b) Y (c) Z (d) કોઈપણ નહિ

(6) રેખા એ શંકુને મહત્તમ ______ બિંદુમાં છેદે છે.
(a) ત્રણ (b) એક (c) બે (d) કોઈપણ નહિ

(7) દરેક શંકુ ________ દ્વારા રચાય છે.
(a) રેખાઓ (b) વર્તુળ (c) ઉપવલય (d) પરવલય

(8) દરેક નળાકારને શિરોબિંદુ ______.
(a) ફક્ત એક હોય છે. (b) ઘણા શાન્ત હોય છે. (c) હોતા નથી (d) અનંત હોય છે.

(9) નળાકારની સર્જક રેખા હંમેશા તેની સ્થિર રેખાને ______ હોય છે.
(a) સમાંતર (b) લંબ (c) ઉપર (d) નીચે

(10) દરેક નળાકારને _______ સર્જક રેખાઓ હોય છે.
(a) ફક્ત એક (b) ઘણા શાન્ત (c) બે (d) અનંત

Q:2 ખરાં - ખોટાં **(8 marks)**

(1) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 11$ નું કેન્દ્ર (1,-2,3) છે.
(2) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 - x + y - 10z = 0$ એ (0,0,0) બિંદુમાંથી પસાર થાય છે..
(3) કોઈ પૃષ્ઠનો સમતલ-XY સાથેનો છેદ એ z- છેદ મળે છે.
(4) સમપરિમાણિય દ્વિઘાતી શંકુનું શીર્ષ (0,0,0) હોય છે.
(5) નળાકારમાં આપેલા સ્થિર વક્રને તેનો માર્ગદર્શક વક્ર કહેવામાં આવે છે.

P. T. O.

(6) નળાકીય ધ્રુવીયયામ પધ્ધતિમાં સમીકરણ $Z = 2$ એ ZX-સમતલને સમાંતર સમતલ દર્શાવે છે.
(7) સમનળાકારની મુખ્ય અક્ષને લંબ હોય તેવા દરેક સમતલનો સમનળાકાર સાથેનો છેદ વર્તુળ હોય છે.
(8) જો $Ax^2 + By^2 + Cz^2 2Fyz + 2Gzx + 2Hxy = 0$ એ $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ નો વ્યસ્ત શંકુ (પારસ્પરિક શંકુ) હોય તો $F = 1$.

Q:3 નીચેના પ્રશ્નોના ટૂંકમાં જવાબ આપો. (કોઈપણ દસ) **(20 Mark)**

(1) (3,4,5) અને (1,2,3) વ્યાસાંત બિંદુઓવાળા ગોલકનું સમીકરણ શોધો.
(2) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z = 35$ ની ત્રિજ્યા અને કેન્દ્ર શોધો.
(3) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 24 = 0$ પર આવેલા (1,1,2) બિંદુ આગળ સ્પર્શતલનું સમીકરણ મેળવો.
(4) પૃષ્ઠ $x^2 + y^2 = 8z$ ની XY-સમતલ અને X-અક્ષ વિશે સંમિતતાની ચર્ચા કરો.
(5) $u = x + 2y$, $v = 3x + y$ માટે જેકોબિયન મેળવો.
(6) R^3 માં $(3, 30^0, 90^0)$ બિંદુનું આલેખન કરો.
(7) શંકુના સ્પર્શક અને સ્પર્શતલની વ્યાખ્યા આપો..
(8) જેનું શીર્ષ (0,0,0) અને આધારવક્ર $ax^2 + by^2 = 1$, $z = 3$ હોય તેવા શંકુનું સમીકરણ મેળવો.
(9) જેનું શીર્ષ ઉગમબિંદુ અને વક્ર $ax^2 + by^2 = 2z$; $lx + my + nz = p$ માંથી પસાર થતો હોય તેવા શંકુનું સમીકરણ મેળવો.
(10) જેની ત્રિજ્યા 2 એકમ અને મુખ્યઅક્ષ Y-અક્ષ હોય તેવા સમનળાકારનું સમીકરણ મેળવો.
(11) $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ રેખાને સમાંતર સર્જકરેખાઓ અને $x^2 + 2y^2 = 1$, $z = 0$ માર્ગદર્શક વક્ર હોય તેવા નળાકારનું સમીકરણ શોધો.
(12) આકૃતિ સહિત નળાકારની વ્યાખ્યા આપો..

Q:4 નીચેના પ્રશ્નોમાં થી કોઈપણ ચારના જવાબ આપો. **(32 marks)**

(1) દર્શાવોકે સમતલ $lx + my + nz = p$ એ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ ને સ્પર્શે તો અને માત્ર તો જ $(l^2 + m^2 + n^2)(u^2 + v^2 + w^2 - d) = (ul + vm + wn + p)^2$.
(2) વર્તુળ S: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 19$; P: $x + 2y + 2z + 7 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.
(3) પૃષ્ઠ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{y^2}{b^2}$ ને ઓળખી તેના આલેખન માટે જરૂરી મુદ્દાઓની ચર્ચા કરીને તેનું આલેખન કરો.
(4) પૃષ્ઠ $\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{1} = 2x$ ને ઓળખી તેના આલેખન માટે જરૂરી મુદ્દાઓની ચર્ચા કરો.
(5) જેનું શીર્ષ (α, β, γ) અને સર્જક રેખાઓ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શતી હોય તેવા શંકુનું સમીકરણ મેળવો.
(6) બિંદુ (1, 2, 3) માંથી પસાર થતા અને જેના દિક્કોસાઈન (2, -3, 6) હોય તેવા 2 એકમ ત્રિજ્યાવાળા સમનળાકારનું સમીકરણ મેળવો.
(7) સાબિત કરો કે વ્યસ્ત શંકુનો વ્યસ્ત શંકુ એ તે પોતે જ મૂળ શંકુ છે.
(8) જેની સર્જકરેખાઓ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શતી હોય અને રેખા $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ ને સમાંતર હોય તેવા પરિસ્પર્શી નળાકારનું સમીકરણ મેળવો.

4