Seat No.-_____

[673]
E+G

SARDAR PATEL UNIVERSITY

No. of Printed Pages: 4

B.Sc Semester-2

Date: 27-04-2022, Wednesday **Mathematics (Algebra)-US02CMTH21**

Time: 12:00 pm to 2:00 pm **Marks:70**

Q-1 Answer the following by selecting correct choice from the options: **(10)**

(1) The value of $i^3 =$ ______________

(a) -1 (b) $-i$ (c) 1 (d) None of these

(2) Amplitude of $Z = \sqrt{3} - i$ is ___________.

(a) $-\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) None of these

(3) If $Z = 2 + 3i$ then $z\bar{z} =$ ___________.

(a) $\sqrt{13}$ (b) 5 (c) $\sqrt{5}$ (d) 13

(4) A square matrix A is said to be skew symmetric matrix if $A =$

(a) A^T (b) A^θ (c) $-A^T$ (d) $-A^\theta$

(5) Total number of elements in 4×5 matrix are ____.

(a) 4 (b) 20 (c) 5 (d) 9

(6) If A is Hermitian Matrix then iA will be=______.

(a) Symmetric (b) Hermitian (c) Square (d) Skew Hermitian

(7) If A is orthogonal matrix then $A^{-1} =$ __________________

(a) A^T (b) A (c) $-A^T$ (d) $-A$

(8) If 3 is eigen value of A then eigen value of $A + 3I$ is ________.

(a) 9 (b) 0 (c) 3 (d) 6

(9) 4 is eigen value of matrix A then eigen value of A^3 is___________.

(a) 12 (b) 7 (c) 64 (d) 81

(10) Rank of 4× 4 invertible matrix is_________.

(a) 1 (b) 4 (c) 16 (d) 8

Q-2 **Do As Directed:** **(8)**

(1) Every orthogonal matrix is _______________. (Involutary / Unitary)

(2) Every square matrix is always identity matrix. (True / False)

(3) Every Row echelon matrix form is reduced row echelon form. (True / False)

(4) $\bar{\bar{Z}} =$ ______.

(5) Multiplication of two matrices are commute always _________. (True / False)

(6) If $Z = \sqrt{3} + i$ then amplitude $\theta =$ _______.

(7) Composite function is _________. (Commutative / Associative)

(P. T. O.)

(8) Null matrix have all elements ________.

Q-3 Attempt ANY TEN : (20)

(1) If $: R \to R$, $f(x) = |x|$ then find fof.

(2) If A and B are Skew symmetric matrix then prove that $A + B$ is skew symmetric.

(3) If $\begin{bmatrix} 2x - y & 3y \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ then find x and y.

(4) If $Z = (1 + 2i)(1 - 3i)$ then ∴ find real and imaginary part.

(5) Express $\frac{1}{1+i}$ in form of $x + iy$.

(6) If A and B are idempotent matrices then Prove that AB is idempotent, if A and B commute.

(7) Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(8) Define Equivalence Relation.

(9) Prove that $\tanh ix = i \tan x$

(10) Find the Rank of $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(11) If $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ then find AA^T

(12) Prove that a real matrix is unitary if it is orthogonal.

Q-4 Attempt ANY FOUR : (32)

(1) Prove that :

$$(1 + \cos\theta + i\sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i\sin\theta)^n = 2^{n+1}\cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{n\theta}{2}\right)$$

(2) State and prove De-Moivre's theorem for all $n \in Q$

(3) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ then find out the values of α and β such that $(\alpha I + \beta A)^2 = A$

(4) State and prove Cayley – Hamilton Theorem.

(5) Prove that modulus of characteristic root of unitary matrix is unity.

(6) Find A^{-1} using row operation if $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(7) Find eigen values and eigen vectors (for any one eigen values) of matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(8) Solve by Gauss elimination method :

$x + y + z = 6, x + 2y + 3z = 14, 2x + 4y + 7z = 30$

Seat No.-_____ [67] E+ગ

SARDAR PATEL UNIVERSITY

No. of Printed Pages: 4

B.Sc Semester-2

Date: 27-04-2022, Wednesday **Mathematics (Algebra)-US02CMTH21**

Time: 12:00 pm to 2:00 pm **Marks:70**

Q-1 નીચેનામાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ લખો: **(10)**

(1) i^3 ની કિંમત _____________ થાય.

(a) -1 (b) $-i$ (c) 1 (d) એક પણ નહીં

(2) $Z = \sqrt{3} - i$ નો કોણ __________ છે.

(a) $-\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) એક પણ નહીં

(3) જો $Z = 2 + 3i$ તો $z\bar{z} =$ __________.

(a) $\sqrt{13}$ (b) 5 (c) $\sqrt{5}$ (d) 13

(4) ચોરસ શ્રેણિક A એ વિંસંમિત હોય તો $A =$______ થાય.

(a) A^T (b) A^θ (c) $-A^T$ (d) $-A^\theta$

(5) 4×5 કક્ષાના શ્રેણિકમાં કુલ ઘટકો______હોય છે.

(a) 4 (b) 20 (c) 5 (d) 9

(6) જો A એ હરમિશીયન શ્રેણિક હોય તો iA એ___હોય છે.

(a) સંમિત (b) હરમિશીયન (c) ચોરસ (d) વિહરમિશીયન

(7) જો A એ ઓર્થોગોનલ શ્રેણિક હોય તો $A^{-1} =$_______________

(a) A^T (b) A (c) $-A^T$ (d) $-A$

(8) જો 3 એ શ્રેણિક A નું લાક્ષણિક મૂલ્ય હોય તો $A + 3I$ નું લાક્ષણિક મૂલ્ય ________ છે.

(a) 9 (b) 0 (c) 3 (d) 6

(9) 4 એ શ્રેણિક A નું લાક્ષણિક મૂલ્ય હોય તો A^3 નું લાક્ષણિક મૂલ્ય _________ છે.

(a) 12 (b) 7 (c) 64 (d) 81

(10) 4× 4 કક્ષાના વ્યસ્તકારક શ્રેણિકનો કોટિ _________ છે.

(a) 1 (b) 4 (c) 16 (d) 8

Q-2 માંગ્યા મુજબ જવાબ આપો: **(8)**

(1) બધા ઓર્થોગોનલ શ્રેણિક _____________હોય છે. (ઇંવોલ્યુટરી / યુનિટરી)

(2) બધા ચોરસ શ્રેણિક એ એકમ શ્રેણિક હોય છે. (સાચું / ખોટું)

(3) દરેક રો-એકલોન શ્રેણિક એ રીડ્યુસ રો-એકલોન સ્વરૂપ હોય છે. (સાચું / ખોટું)

(4) $\bar{\bar{Z}} =$ ______.

(5) બે શ્રેણીકોનો ગુણાકાર હંમેશા સંમક્રમી હોય છે. (સાચું / ખોટું)

(6) જો $Z = \sqrt{3} + i$ તો કોણ $\theta =$ ______.

(7) સંયુક્ત વિધેય (Composite function) માટે ________ નિયમ સાચો છે. (સંમક્રમી / જુથના નિયમ)

(પાછળ જુઓ)

(8) શૂન્ય શ્રેણિકમાં બધા જ ઘટકો_________હોય છે.

Q-3 કોઈ પણ દસના જવાબ આપો : **(20)**

(1) જો $: R \to R, f(x) = |x|$ તો fof મેળવો\.

(2) જો A અને B વિસંમિત શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો કે $A + B$ વિસંમિત શ્રેણિક હોય છે.

(3) જો $\begin{bmatrix} 2x-y & 3y \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો x અને y મેળવો.

(4) જો $Z = (1+2i)(1-3i)$ તો વાસ્તવિક અને કાલ્પનિક ભાગ મેળવો.

(5) સંકર સંખ્યા $\frac{1}{1+i}$ ને $x + iy$ સ્વરૂપમાં મેળવો .

(6) જો A અને B સ્વયંઘાત(Idempotent) શ્રેણીકો હોય તો સાબિત કરો કે AB એ સ્વયંઘાત છે, જ્યાં A અને B સંમક્રમી છે.

(7) સાબિત કરો કે : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(8) વ્યાખ્યા આપો : પર્યાયિક(સમ) સંબંધ (Equivalence Relation).

(9) સાબિત કરો કે : $\tanh ix = i \tan x$

(10) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$નો કોટિ મેળવો.

(11) જો $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ તો AA^T મેળવો.

(12) સાબિત કરો કે ઓર્થોગોનલ વાસ્તવિક શ્રેણિક હંમેશા યુનિટરી શ્રેણિક હોય છે.

Q-4 કોઈ પણ ચારના જવાબ આપો : **(32)**

(1) સાબિત કરો કે:

$$(1+\cos\theta + i\sin\theta)^n + (1+\cos\theta - i\sin\theta)^n = 2^{n+1}\cos^n\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{n\theta}{2}\right)$$

(2) દરેક $n \in Q$ માટે ડિ-મોવિયેરનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ તો α અને β ની કિંમતો મેળવો કે જેથી $(\alpha I + \beta A)^2 = A$ થાય.

(4) કેલે-હેમિલ્ટન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(5) સાબિત કરો કે એકાત્મક (Unitary) શ્રેણિકના લાક્ષણિક મૂલ્યનું માન એકમ હોય છે.

(6) હાર પ્રક્રિયાની મદદથી $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ માટે A^{-1} મેળવો.

(7) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક મૂલ્ય મેળવી કોઈ એક માટે લાક્ષણિક સદિશ મેળવો

(8) ગોસની લોપની રીત થી સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ મેળવો:

$x + y + z = 6, x + 2y + 3z = 14, 2x + 4y + 7z = 30$

—x—