

SEAT No. _____

[54-4]



No. of Printed Pages : 3

Sardar Patel University, Vallabh Vidyanagar

B.Sc. - Semester- II : Examination - : 2021-22 [NC]

Subject : Mathematics

US02CMTH02

Max. Marks : 70

Matrix Algebra and Differential Equations

શ્રેણિક અને વિકલ સમીકરણો

Date: 26/04/2022, Tuesday

Timing: 12.00 pm - 02.00 pm

સૂચના : પ્રશ્નપત્રમાં ઉપયોગ થયેલ સંજ્ઞાઓ માટે જ્યાં સ્પષ્ટતા કરેલ ન હોય ત્યાં તેનો પ્રચલિત અર્થ કરવો.

પ્ર: 1. નીચે આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ને આપો

10

[1] વાસ્તવિક વિસંમિત શ્રેણિક ના અગ્રવિકર્ણ પરનો પ્રત્યેક સભ્ય ____ બરાબર હોય.
[A] -1 [B] 0 [C] 1 [D] કોઈપણ નહીં

[2] R પરના શ્રેણિક A માટે $A - A'$ ____ છે.
[A] સંમિત શ્રેણિક [B] વિસંમિત શ્રેણિક [C] હર્મિશીયન [D] સ્ક્યુ - હર્મિશીયન

[3] જો $P = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ હોયતો PP' = ____
[A] $\begin{bmatrix} 17 & 7 \\ 7 & 34 \end{bmatrix}$ [B] $\begin{bmatrix} -17 & 7 \\ 7 & -34 \end{bmatrix}$ [C] $\begin{bmatrix} 7 & 34 \\ 17 & 7 \end{bmatrix}$ [D] I

[4] જો λ એ શ્રેણિક A નું એક લાક્ષણિક બીજ હોય તો શ્રેણિક $A - \lambda I$ ____ છે.
[A] લંબ [B] સામાન્ય [C] અસામાન્ય [D] હર્મિશીયન

[5] જો $|A + 4I| = 0$ હોય તો શ્રેણિક A ની એક આઇગન કિમત. ____ થાય
[A] 0 [B] -4 [C] 4 [D] 1

[6] શ્રેણિક A નું એક લાક્ષણિક બીજ 3 હોય તો
[A] $|I + 3A| = 0$ [B] $|I - 3A| = 0$ [C] $|A + 3I| = 0$ [D] $|A - 3I| = 0$

[7] $\frac{1}{D-1}e^{-x} =$
[A] $\frac{1}{2}e^{-x}$ [B] $-\frac{1}{2}e^{-x}$ [C] $\frac{x}{2!}e^{-x}$ [D] $-\frac{x}{2!}e^{-x}$

[8] વિકલ સમીકરણ $(D^2 - 4D + 4)y = e^x$ ના ઉકેલમાં પૂરક વિધેય ____ થાય.
[A] $(c_1x + c_2)e^{2x}$ [B] $(c_1 + c_2)e^{2x}$
[C] $e^{2x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$ [D] $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$

[9] $\frac{1}{D^2 + m^2} \cos mx =$
[A] $\frac{x}{2m} \sin mx$ [B] $-\frac{x}{2m} \sin mx$ [C] $-\frac{x}{2m} \cos mx$ [D] $\frac{x}{2m} \cos mx$

[10] $\frac{1}{D^4 + D^2 + 1} \cos 2x =$
[A] $\frac{1}{10} \cos 2x$ [B] $-\frac{1}{10} \cos 2x$ [C] $-\frac{1}{13} \cos 2x$ [D] $\frac{1}{13} \cos 2x$

પ્ર: 2. નીચે આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ને આપો

[1] $\begin{bmatrix} 5 & 5-i \\ 4i & -2 \end{bmatrix}$ નો પરિવર્ત શ્રેણિક _____ થાય.

[2] $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 8 & -8 \end{bmatrix}$ ના નિશ્ચાયક ની કિંમત _____ થાય.

[3] શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 5 & 1 & -7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ સામાન્ય શ્રેણિક છે. (સત્ય કે મિથ્યા?)

[4] શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ સંમિત શ્રેણિક છે. (સત્ય કે મિથ્યા?)

[5] $\frac{1}{(D-5)^3} e^{7x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

[6] $(D^3 - D^2 - 6D)y = e^x - e^{-x}$ નું પૂરક વિધેય _____ છે.

[7] વિકલ સમીકરણ $D^4 y = x^5$ નું વિશિષ્ટ સંકલ _____ છે.

[8] વિકલ સમીકરણ $(D^3)y = \sin 2x$ નું વિશિષ્ટ સંકલ _____ છે.

પ્ર: 3. નીચે આપેલા પ્રશ્નોમાથી કોઈ પણ દશ પ્રશ્નોનો ના જવાબ આપો

20

[1] વ્યાખ્યા આપો : (i) પરિવર્ત શ્રેણિક (ii) એકમ શ્રેણિક

[2] જો A હર્મિશીયન શ્રેણિક હોય તો $B^{\theta}AB$ પણ હર્મિશીયન શ્રેણિક થાય તેમ સાબિત કરો .

[3] શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 7-4i & 5-i & 1 \\ 4i-1 & 6+i & 2-i \\ 3 & i-4 & 9+4i \end{bmatrix}$ સ્ક્યુ-હર્મિશીયન છે કે નહીં તે નક્કી કરો.

[4] શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક બીજ મેળવો.

[5] શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ લંબશ્રેણિક છે કે નહીં તે નક્કી કરો.

[6] શ્રેણિક $\begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 8 & -1 & 7 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ સામાન્ય છે કે અસમાન્ય તે ચકાસો .

[7] $\frac{1}{(D+2)^3} e^{-2x}$ શોધો.

[8] વિકલ સમીકરણ $(D^2 - 8D + 16)y = e^{2x}$ નું પૂરક વિધેય મેળવો.

[9] વિકલ સમીકરણ $(D-1)^5 y = e^{11x}$ નું વિશિષ્ટ સંકલ મેળવો.

[10] વિકલ સમીકરણ $(D^3 - 3D^2)y = x \sin x$ નું પૂરક વિધેય મેળવો .

[11] વિશિષ્ટ સંકલ મેળવો : $(D^4 + D^2)y = \sin 4x$.

[12] વિકલ સમીકરણ $(5 - 2D)^2y = \cos 2x$ માટે પૂરક વિધેય મેળવો.

પ્ર: 4. નીચેના માંથી કોઈપણ ચાર ના ઉત્તર આપો.

32

[1] સાબિત કરોકે પ્રત્યેક ચોરસ શ્રેણિક એક અને માત્ર એકજ રીતે કોઈ સંમિત શ્રેણિક અને વિસંમિત શ્રેણિક ના સરવાળા સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય.

[2] જો $A = \begin{bmatrix} 0 & 2m & n \\ l & m & -n \\ l & -m & n \end{bmatrix}$, જ્યાં $l = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $m = \frac{1}{\sqrt{6}}$ and $n = \frac{1}{\sqrt{3}}$ હોયતો સાબિત કરોકે $AA' = I$.

[3] કેલી-હેમિલ્ટન નું પ્રમેય જણાવો અને સાબિત કરો.

[4] સાબિત કરોકે શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેય નું સમાધાન કરેછે તથા A^{-1} મેળવો .

[5] વિકલ સમીકરણ $f(D)y = e^{mx}$, જ્યાં m અચળ છે, માટે વિશિષ્ટ ઉકેલ મેળવવા માટે નું સૂત્ર મેળવો.

[6] ઉકેલ મેળવો : $(D^3 - 5D^2 + 7D - 3)y = \cosh x$.

[7] પ્રચલિત સંકેતો માં સાબિત કરોકે $\frac{1}{f(D)}e^{ax}V = e^{ax}\frac{1}{f(D+a)}V$, જ્યાં V ચલ x નું કોઈ વિધેય છે.

[8] ઉકેલ મેળવો : $(D^2 + 9)y = x \sin x$.

← X ←

