[26]
17+6

SEAT No.________

No. of Printed Pages: 6

Guj - 3
Eng - 3

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, June . 2022

MATHEMATICS, US01CMTH51 (Calculus)

Date : 15/06/2022, Wednesday

Time: 9.00 to 11.00 am

Q.1 નીચેનાં વિકલ્પો માંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ આપો. [10]

(1) $coshx + sinhx =$ ....

(a) e^x (b) e^{-x} (c) 1 (d) -1

(2) જો $y = (ax+b)^{-1}$તો y_n = ...

(a) $\frac{(-1)^n n!\, a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (b) $\frac{(-1)^n n!\, a^n}{(ax+b)^n}$ (c) $\frac{(-1)^n a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (d) એક પણ નહિ

(3) જો $y = e^{m\cos^{-1}x}$તો ${y_1}^2$ = ...

(a) $\frac{m^2y^2}{1-x^2}$ (b) $\frac{m^2y^2}{x^2}$ (c) $\frac{m^2y^2}{1+x^2}$ (d) એક પણ નહિ

(4) જો $y = \frac{x^2-1}{x^2-4}$તો Y– અંતઃખંડ .... છે.

(a) $\frac{-1}{4}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) 4 (d) -4

(5) જો ઉત્કેન્દ્રતા e = 1 તો શાંકવ .... છે.

(a) અતિવલય (b) પરવલય (c) ઉપવલય (d) વર્તુળ

(6) વક્ર r = cos2θ એ આગળ .... સંમિત છે.

(a) ધ્રુવીયઅક્ષ (b) અવિલંબાક્ષ (c) ધ્રુવ (d) ધ્રુવીયઅક્ષ,અવિલંબાક્ષ અને ધ્રુવ

(7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^3 x\, dx$ = ...

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

(8) જો $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} tan^n x\, dx$ તો J_n = ...

(a) $\frac{1}{n-1} - J_{n+2}$ (b) $\frac{1}{n-1} - J_{n-2}$ (c) $\frac{1}{n+1} - J_{n-2}$ (d) $\frac{1}{n-1} + J_{n-2}$

(9) જો $u = x^3 - 3xy^2$ તો $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ = ...

(a) $-6x$ (b) 6 (c) $6x$ (d) -6

(10) જો $z = 3x^2y - 4xy^2$એ ચલ x, y માં સમપરિમાણીય વિધેય હોય તો z નું પરિમાણ ....છે.

(a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) 4

Q.2 માગ્યા પ્રમાણે કરો. [8]

(1) જો $y = \sinh 2x$ તો $\frac{dy}{dx}$ = ...

(2) જો $y = \cos(2x+1)$ તો y_n= ....

(3) જો $y = \frac{2}{x^2-x-2}$ તો સમક્ષિતિજ અંનત સ્પર્શક =........ છે.

(4) ખરું અથવા ખોટું: ધ્રુવીય વક્ર r =3+ 3cosθ Cardiod છે?

(5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^7 x\, dx$= ....

(6) જો $r = a(1-cos\theta)$ તો r_2 = ...

(7) જો $u = \frac{x^3+y^3}{xy}$ તો $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ = ...

(8) ખરું અથવા ખોટું : સમપરિમાણીય વિધેય $f(x,y) = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x+y}$નું પરિમાણ $-\frac{1}{2}$ છે ?

Q.3 ગમે તે 10 ના જવાબ આપો. [20]

(1) કિમત શોધો : $\lim_{x\to a}(a-x)\tan\left(\frac{5\pi x}{2a}\right)$

(2) જો $y = e^{2x}\cos(5x)$ તો y_4 શોધો.

(3) જો $y = e^{3x} - \log(7x-5)$તો y_3શોધો.

(4) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ નું પ્રચલ સમીકરણ શોધો.

(5) વક્ર $xy = 16$ની સંમમિતા ની ચર્ચા કરો.

(6) Express the point $(-\sqrt{3}, 1)$ in polar form.

(7) કિમત શોધો: $\int_0^1 x^5 \sin^{-1} x\, dx$.

(8) વક્ર$s = 8a\, sin^2(\frac{\psi}{6})$ ના કોઈપણ બિંદુ આગળ વક્રતાત્રિજ્યા શોધો.

(9) કિમત શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^3(2x)\, \sin^4(4x)\, dx$.

(10) વ્યાખ્યા : સમપરિમાણીય વિધેય.

(11) જો $u = e^x\, cosy\,; v = e^x siny$ તો x શોધો .

(12) જો $u = f(x-y, y-z, z-x)$તો $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$શોધો .

Q.4 ગમે તે 4 ના જવાબ આપો. [32]

(1) લાયબ્નીત્ઝ નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો .

(2) જો $\lim_{x \to 0} \frac{ae^x - 2b\cos x + 3ce^{-x}}{x\sin x} = 2$ તો a , b , c શોધો .

(3) વક્ર $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ નાં અંત:ખંડો , સંમમિતા , અંનત સ્પર્શકો અને વિધેય નું ચિહ્ન નક્કી કરો અને તે પર થી વક્ર નું આલેખન કરો .

(4) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે $r = \frac{pe}{1 \pm e\cos\theta}$.

(5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો, જ્યાં $n \epsilon N$.

(6) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે $\rho = \frac{(1+{y_1}^2)^{\frac{3}{2}}}{y_2}$.

(7) વિધેય $z = f(x, y)$ માટે ઓઈલર નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો .

(8) જો $z = f(x, y), x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ તો સાબિત કરો કે $[\frac{\partial z}{\partial x}]^2 + [\frac{\partial z}{\partial y}]^2 = [\frac{\partial z}{\partial r}]^2 + \frac{1}{r^2}[\frac{\partial z}{\partial \theta}]^2$.

—— x ——

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, . June : 2022

MATHEMATICS, US01CMTH51 (Calculus)

Date : 15/06/2022, Wednesday Time: 9.00 to 11.00 am

Q.1 Answer the following by selecting correct choice from the options : [10]

(1) $coshx + sinhx$ = ...

(a) e^x (b) e^{-x} (c) 1 (d) -1

(2) If $y = (ax+b)^{-1}$ then y_n = ...

(a) $\frac{(-1)^n n!\, a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (b) $\frac{(-1)^n n!\, a^n}{(ax+b)^n}$ (c) $\frac{(-1)^n a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (d) None of these

(3) If $y = e^{m\cos^{-1}x}$ then ${y_1}^2$ = ...

(a) $\frac{m^2y^2}{1-x^2}$ (b) $\frac{m^2y^2}{x^2}$ (c) $\frac{m^2y^2}{1+x^2}$ (d) None of these

(4) If $y = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ then Y -intercepts is ....

(a) $\frac{-1}{4}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) 4 (d) -4

(5) If eccentricity e = 1 then conic is ....

(a) Hyperbola (b) Parabola (c) Ellispe (d) Circle

(6) The curve of r = cos2θ is symmetric about ....

(a) Polar axis (b) Normal axis (c) Pole (d) Polar axis, Normal axis and Pole

(7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^3 x\, dx$ = ...

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

(8) If $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} tan^n x\, dx$ then J_n= ....

(a) $\frac{1}{n-1} - J_{n+2}$ (b) $\frac{1}{n-1} - J_{n-2}$ (c) $\frac{1}{n+1} - J_{n-2}$ (d) $\frac{1}{n-1} + J_{n-2}$

(9) If $u = x^3 - 3xy^2$ then $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ = ...

(a) $-6x$ (b) 6 (c) $6x$ (d) -6

(10) If $z = 3x^2y - 4xy^2$ is a homogeneous function of x, y then degree of z = ...

(a) 2 (b) 1 (c) 3 (d) 4

(4)

Q.2 Do as directed. [8]

(1) If $y = \sinh 2x$ then $\frac{dy}{dx}$ = ...

(2) If $y = \cos(2x+1)$ then y_n = ...

(3) If $y = \frac{2}{x^2-x-2}$ then horizontal asymptote is ....

(4)True or False: Is the polar curve r =3+ 3cosθ Cardiod?

(5)$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^7 x\, dx$= ....

(6) If $r = a(1 - cos\theta)$ then r_2 = ...

(7) If $u = \frac{x^3+y^3}{xy}$ then $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ = ...

(8) True or False: Is $f(x,y) = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x+y}$ homogeneous function of degree $-\frac{1}{2}$.

Q.3 Attempt any Ten. [20]

(1) Evaluate: $\lim_{x\to a}(a-x)\tan\left(\frac{5\pi x}{2a}\right)$

(2) If $y = e^{2x}\cos(5x)$ then find y_4.

(3) If $y = e^{3x} - \log(7x-5)$ then find y_3 .

(4) Find parametric equation of $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

(5) Discuss symmetries of the curve $xy = 16$.

(6) Express the point $(-\sqrt{3}, 1)$ in polar form.

(7) Evaluate : $\int_0^1 x^5 \sin^{-1} x\, dx$.

(8) Find the radius of curvature of any point on the curve $s = 8a\, sin^2(\frac{\psi}{6})$.

(9) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^3(2x)\ \sin^4(4x)\, dx$.

(10) Define : Homogeneous function.

(11) If $u = e^x\, cosy$; $v = e^x siny$ then find x.

(12) If $u = f(x-y, y-z, z-x)$then find $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$.

Q.4 Attempt any Four. [32]

(1) State and Prove Leibniz's theorem.

(2) Find a , b , c , so that : $\lim_{x\to 0}\frac{ae^{x}-2bcosx+3ce^{-x}}{xsinx}=2.$

(3) Discuss intercepts , symmetries , asymptotes , sign of function and hence sketch the curve $y=x^3-3x^2+2x$.

(4) In usual notation prove that $r=\frac{pe}{1\pm ecos\theta}$.

(5) Obtain Reduction Formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^n x\,dx$, where $n\in N$.

(6) In usual notation prove that $\rho=\frac{(1+{y_1}^2)^{\frac{3}{2}}}{y_2}$.

(7) State and Prove Euler's theorem for $z=f(x,y)$.

(8) If $z=f(x,y), x=rcos\theta, y=rsin\theta$ then prove that $[\frac{\partial z}{\partial x}]^2+[\frac{\partial z}{\partial y}]^2=[\frac{\partial z}{\partial r}]^2+\frac{1}{r^2}[\frac{\partial z}{\partial \theta}]^2$.

—— × ——