

[26] G

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, JUNE-2022 Examination

MATHEMATICS, US01CMTH21 (Calculus)

Date : 13/06/2022, Monday

Time: 09.00 TO 11.00 AM

Q.1 Answer the following by selecting correct choice from the options :

[10]

(1) If $y = (ax + b)^{-1}$ then $y_n = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{(-1)^n n! a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (b) $\frac{(-1)^n n! a^n}{(ax+b)^n}$ (c) $\frac{(-1)^n a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (d) None of these

(2) $\cosh x - \sinh x = \dots\dots\dots$

- (a) e^x (b) e^{-x} (c) 1 (d) -1

(3) If $y = e^{m \cos^{-1} x}$ then $y_1^2 = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{m^2 y^2}{1-x^2}$ (b) $\frac{m^2 y^2}{x^2}$ (c) $\frac{m^2 y^2}{1+x^2}$ (d) None of these

(4) If $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ then Y-intercepts is $\dots\dots\dots$

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

(5) If eccentricity $e < 1$ then conic is $\dots\dots\dots$

- (a) Hyperbola (b) Parabola (c) Ellipse (d) Circle

(6) The curve of $r = \cos 2\theta$ is symmetric about $\dots\dots\dots$

- (a) Polar axis (b) Normal axis (c) Pole (d) Polar axis, Normal axis and Pole

(7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

(8) If $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$ then $J_n = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{1}{n-1} - J_{n+2}$ (b) $\frac{1}{n-1} - J_{n-2}$ (c) $\frac{1}{n+1} - J_{n-2}$ (d) $\frac{1}{n-1} + J_{n-2}$

(9) If $f(x, y) = x^4 y^4 - x^5 y^3 + x^6 y^2$ is a homogeneous function of degree $\dots\dots\dots$

- (a) 6 (b) 8 (c) 4 (d) 0

(10) Velocity is $\vec{v} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{dr}{dt}$ (b) $\frac{d\vec{r}}{dt}$ (c) $|v|$ (d) None

Q.2 Do as directed.

[8]

- (1) If $y = \cosh 2x$ then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots$
- (2) If $y = \sin(2x + 1)$ then $y_r = \dots\dots$
- (3) If $y = \frac{2}{x^2-x-2}$ then horizontal asymptote is $\dots\dots$
- (4) For the polar curve $r^2 = 9\sin 2\theta$ extent is $\dots\dots$
- (5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \, dx = \dots\dots$
- (6) Volume by the Washer method is $V = \dots\dots$
- (7) If $r = a(1 - \cos\theta)$ then $r_2 = \dots\dots$
- (8) True or False: Is $f(x, y) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x+y}$ homogeneous function of degree $-\frac{1}{2}$.

Q.3 Attempt any Ten.

[20]

- (1) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x-2}$
- (2) If $y = e^{3x} - \log(7x - 5)$ then find y_3 .
- (3) If $y = e^{2x} \sin 5x$ then find y_4 .
- (4) Find parametric equation of $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.
- (5) Discuss symmetries of the curve $xy = 16$.
- (6) Express the point $(3, 40^\circ)$ in three other ways, where $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.
- (7) Evaluate: $\int_0^1 x^5 \sin^{-1} x \, dx$.
- (8) Find the volume of the solid generated by revolving the region between the y-axis and the curve $x = 2\sqrt{y}$, $0 \leq y \leq 4$, about the y-axis.
- (9) Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3(2x) \sin^4(4x) \, dx$.
- (10) Define: Homogeneous function.
- (11) Define: Acceleration.
- (12) For the curve $y = a \sin 2x$ then find $\frac{ds}{dx}$.

Q.4 Attempt any Four.

[32]

(1) State and Prove Leibniz's theorem.

(2) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \log(1-x) + 1}{\tan x - x}$.

(3) Discuss intercepts, symmetries, asymptotes, sign of function and hence sketch

$$\text{the curve } y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}.$$

(4) In usual notation prove that $r = \frac{pe}{1 \pm e \sin \theta}$.

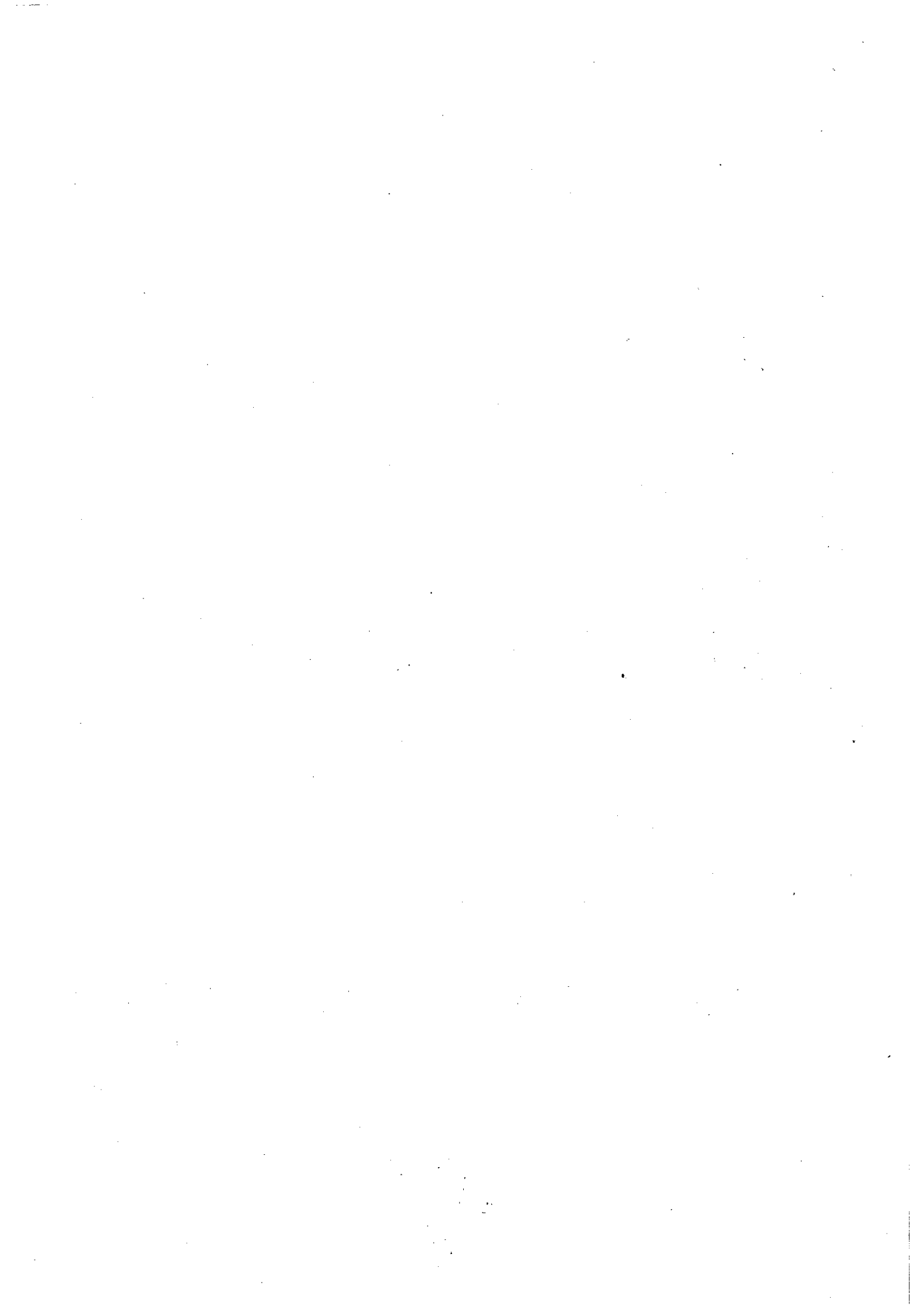
(5) Obtain Reduction Formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$, where $n \in N$.

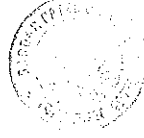
(6) The circle $x^2 + y^2 = a^2$ is rotated about the X-axis to generate the sphere
find its volume.

(7) State and Prove Euler's theorem for $z = f(x, y)$.

(8) In usual notation prove that $\rho = \frac{(1+y_1^2)^{\frac{3}{2}}}{y_2}$.

————— X —————





SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, JUNE 2022 EXAMINATION

MATHEMATICS, US01CMTH21 (Calculus)

Date : 13/06/2022, Monday

Time: 9.00 to 11.00 am

Q.1 નીચેનાં વિકલ્પો માંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી જવાબ આપો.

[10]

(1) જો $y = (ax + b)^{-1}$ તો $y_n = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{(-1)^n n! a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (b) $\frac{(-1)^n n! a^n}{(ax+b)^n}$ (c) $\frac{(-1)^n a^n}{(ax+b)^{n+1}}$ (d) એકપણ નહીં

(2) $\cosh x - \sinh x = \dots\dots\dots$

- (a) e^x (b) e^{-x} (c) 1 (d) -1

(3) જો $y = e^{m \cos^{-1} x}$ તો $y_1^2 = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{m^2 y^2}{1-x^2}$ (b) $\frac{m^2 y^2}{x^2}$ (c) $\frac{m^2 y^2}{1+x^2}$ (d) એકપણ નહીં

(4) જો $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ તો Y-intercepts $\dots\dots\dots$ છે.

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

(5) જો ઉલ્કેન્દ્ર તો $e < 1$ તો શાંકવ $\dots\dots\dots$ છે.

- (a) અતિવલય (b) પરવલય (c) ઉપવલય (d) વર્તુળ

(6) $\cos 2\theta$ એ આગળ $\dots\dots\dots$ સંમિત છે.

- (a) ધુવીચઅક્ષ (b) અવિલંબાક્ષ (c) ધુર્વ (d) ધુવીચઅક્ષ, અવિલંબાક્ષ અને ધુર્વ

(7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

(8) જો $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$ તો $J_n = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{1}{n-1} - J_{n+2}$ (b) $\frac{1}{n-1} - J_{n-2}$ (c) $\frac{1}{n+1} - J_{n-2}$ (d) $\frac{1}{n-1} + J_{n-2}$

(9) સમપરિમાણીય વિધેય $f(x, y) = x^4 y^4 - x^5 y^3 + x^6 y^2$ નું પરિમાણ $\dots\dots\dots$ છે.

- (a) 6 (b) 8 (c) 4 (d) 0

(10) વેગ $\vec{v} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{dr}{dt}$ (b) $\frac{d\vec{r}}{dt}$ (c) $|\vec{v}|$ (d) એકપણ નહીં

Q.2 માઝ્યા પ્રમાણે કરો

[8]

- (1) જો $y = \cosh 2x$ તો $\frac{dy}{dx} = \dots\dots$
- (2) જો $y = \sin(2x + 1)$ તો $y_n = \dots\dots$
- (3) જો $y = \frac{2}{x^2 - x - 2}$ તો સમક્ષિતિજ અંતત સ્પર્શક = $\dots\dots$ છે.
- (4) ધુવીય વક્ર $r^2 = 9\sin 2\theta$ નો વિસ્તાર(extent)..... છે.
- (5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \, dx = \dots\dots$
- (6) વોશર પધ્ધતિ (Washer method) પ્રમાણે ઘનફળ $V = \dots\dots$
- (7) જો $r = a(1 - \cos\theta)$ તો $r_2 = \dots\dots$
- (8) ખરું અથવા ખોટું: સમપરિમાણીય વિઘેય $f(x, y) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x + y}$ નું પરિમાણ $-\frac{1}{2}$ છે ?

Q.3 ગમે તે 10 ના જવાબ આપો.

[20]

- (1) કિંમત શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x - 2}$
- (2) જો $y = e^3 - \log(7x - 3)$ તો y_3 શોધો.
- (3) જો $y = e^{2x} \sin 5x$ તો y_4 શોધો.
- (4) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ નું પ્રચલ સમીકરણ શોધો.
- (5) વક્ર $xy = 16$ ની સંમમિતા ની ચર્ચા કરો.
- (6) બિંદુ $(3, 40^\circ)$ ને બાકી ની ત્રણ રીતે દર્શાવો, જ્યાં $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.
- (7) કિંમત શોધો: $\int_0^1 x^5 \sin^{-1} x \, dx$.
- (8) Y-અક્ષ અને વક્ર $x = 2\sqrt{y}, 0 \leq y \leq 4$ વચ્ચેનાં ક્ષેત્ર ને Y-અક્ષની આજુબાજુ ધુમાવતા રચાતા ઘનનું ઘનફળ શોધો.
- (9) કિંમત શોધો: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3(2x) \sin^4(4x) \, dx$.
- (10) વ્યાખ્યા: સમપરિમાણીય વિઘેય.
- (11) વ્યાખ્યા: પ્રવેગ
- (12) વક્ર $y = a \sin 2x$ માટે $\frac{ds}{dx}$ શોધો.

Q.4 ગમે તે 4 ના જવાબ આપો.

[32]

(1) લાયબ્નીટ્ઝ નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(2) કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \log(1-x) + 1}{\tan x - x}$.

(3) વક્ર $y = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ નાં અંતઃખંડો, સંમમિતા, અનંત સ્પર્શકો અને વિધેય નું ચિહ્ન નક્કી કરો અને તે પર થી વક્ર નું આલેખન કરો .

(4) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે $r = \frac{pe}{1+e \sin \theta}$.

(5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો, જ્યાં $n \in N$.

(6) વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ નાં ક્ષેત્રને $X -$ અક્ષની આસપાસ ધુમાવતા રચાતા ગોલક નું ઘનફળ શોધો.

(7) વિધેય $z = f(x, y)$ માટે ઓઈલર નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો .

(8) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1+y_1^2}{y_2} \right)^{\frac{3}{2}}$.

