

[22]
E+G

SEAT No. _____

No. of Printed Pages: Eng: 3
Guj: 4



Sardar Patel University
Sem-I Mathematics
On Demand Examination
US01CMTH02

Calculus and Differential Equations

Date: 14-06-2022, Tuesday
Time: 09:00 A.M. to 11:00 A.M.

Total: 70 marks

Q-1 MCQs

[10]

- If $y = a^{mx}$ then $\frac{d^ny}{dx^n} =$ _____.
A. $m^n \log a^n$
B. $m^n \log a^n a^{mx}$
C. $m^n (\log a)^n a^{mx}$
D. $m^n a^{mx}$
- If $y = (x^2 - 2)^m$, then $(x^2 - 2)y_1 =$ _____.
A. $2my$
B. mxy
C. $2mx$
D. $2mxy$
- If $x = ae^\theta(\cos \theta - \sin \theta)$; $y = ae^\theta(\cos \theta + \sin \theta)$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____.
A. $\tan(\theta)$
B. $\cot \theta$
C. $-\tan \theta$
D. $-\cot \theta$
- If $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ then $\sqrt{1 + y_1^2} =$ _____.
A. $\left(\frac{a}{x}\right)^{1/3}$
B. $\left(\frac{a}{x}\right)^{3/2}$
C. $\left(\frac{a}{x}\right)^{2/3}$
D. $\frac{a}{x}$
- Rectification is process of _____.
A. Measuring length of arc
B. Finding curvature
C. Finding radius of curvature
D. None of the above
- If $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ then $f_x =$ _____.
A. $\frac{2x}{(x+y)^2}$
B. $-\frac{2y}{(x+y)^2}$
C. $\frac{2y}{(x+y)^2}$
D. $\frac{-2x}{(x+y)^2}$
- Order and degree of $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}$ are _____ respectively.

- A. 2 and 1
 C. 1 and 2
- B. 1 and 1
 D. 2 and 0

8. A differential equation $Mdx + Ndy = 0$ be exact if _____.

- A. $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}$
 B. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$
 C. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$
 D. None of these

9. For the function u, v , Leibniz's rule gives n^{th} derivative of _____.

- A. $\frac{u}{v}$
 B. uv
 C. $-\sqrt{uv}$
 D. $u + v$

10. If y is function of x implicitly described by $f(x, y) = C$ then $\frac{dy}{dx} =$ _____.

- A. $\frac{f_x}{f_y}$
 B. $-\frac{f_y}{f_x}$
 C. $-\frac{f_x}{f_y}$
 D. $\frac{f_y}{f_x}$

Q-2 True or False

[08]

- The angle between radius vector and tangent of the curve $r = ae^{b\theta}$ is $\frac{1}{b}$.
- The n^{th} derivative of $y = a^{mx}$ is $m^n (\log a)^n a^{mx}$.
- $x = at^2, y = 2at$ is the equation of Hyperbola.
- If $x = t, y = t^2$ then this curve can be represented by cartesian equation $x = y^2$.
- Let $z = f(x, y)$. If f_{xy} and f_{yx} exist and are continuous then $f_{xy} \neq f_{yx}$.
- For $f(x, y) = x^y - y^x$, y is implicit function of x .
- The equation $y = px + f(p)$ is known as Clairaut's equation.
- Order of a differential equation is the order of the highest derivative appears in it.

Q-3 Attempt any Ten short questions.

[20]

- If $y = \cos 3x$, then find y_4 .
- For $y = \sin(2x - 3) + \cos(5x + 1)$ find y_7 .
- For the curve $y = a \sin 2x$ find $\frac{ds}{dx}$.
- Define: Radius of Curvature.
- Write the formula for length of arc of the curve $y = f(x)$ between two points A and B .

6. What is the equation of cardioid?
7. Define: Partial derivative of function $z = f(x, y)$.
8. Define: Homogeneous function.
9. State Euler's theorem for three variables.
10. Define: Degree of a differential equation.
11. Determine whether $(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$ is exact or not.
12. Solve $\sin px \cos y = \cos px \sin y + p$.

Q-4 Attempt any Four questions.

[32]

1. Find angle between radius vector and tangent for curve $\frac{2a}{r} = 1 + \cos \theta$.
2. State and prove Leibniz's theorem.
3. Find the entire length of the astroid $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
4. Find ρ for $r = a(1 + \cos \theta)$.
5. State and prove Euler's theorem.
6. If $z = f(x, y)$ and $u = e^x \cos y, v = e^x \sin y$. Then prove that $\frac{\partial f}{\partial x} = u \frac{\partial f}{\partial u} + v \frac{\partial f}{\partial v}$.
7. Solve $p^2 - xy = y^2 - px$.
8. Solve $(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$.

———— x ————

[22]
G+E

SEAT No. _____

No. of Printed Pages: 4
Eng - 3

Sardar Patel University
Sem-1 Mathematics
On Demand Examination
US01CMTH02
Calculus and Differential Equations

Date: 14-06-2022, Tuesday
Time: 09:00 A.M. to 11:00 A.M.

Total: 70 marks

Q-1 MCQs

[10]

1. જો $y = a^{mx}$ તો, $\frac{d^n y}{dx^n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $m^n \log a^n$

B. $m^n \log a^n a^{mx}$

C. $m^n (\log a)^n a^{mx}$

D. $m^n a^{mx}$

2. જો $y = (x^2 - 2)^m$, તો $(x^2 - 2)y_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $2my$

B. mxy

C. $2mx$

D. $2mxy$

3. જો $x = ae^\theta (\cos \theta - \sin \theta)$; $y = ae^\theta (\cos \theta + \sin \theta)$ તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $\tan(\theta)$

B. $\cot \theta$

C. $-\tan \theta$

D. $-\cot \theta$

4. જો $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ તો $\sqrt{1 + y_1^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $\left(\frac{a}{x}\right)^{1/3}$

B. $\left(\frac{a}{x}\right)^{3/2}$

C. $\left(\frac{a}{x}\right)^{2/3}$

D. $\frac{a}{x}$

5. રેક્ટિફિકેશન એ _____ શોધવા માટેની રીત છે.

A. ચાપ લંબાઈ

B. વક્રતા

C. વક્રતા ત્રિજ્યા

D. એક પણ નહીં

6. જો $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ તો $f_x =$ _____.

A. $\frac{2x}{(x+y)^2}$

B. $-\frac{2y}{(x+y)^2}$

C. $\frac{2y}{(x+y)^2}$

D. $\frac{-2x}{(x+y)^2}$

7. $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે _____ છે.

A. 2 અને 1

B. 1 અને 1

C. 1 અને 2

D. 2 અને 0

8. વિકલ સમીકરણ $Mdx + Ndy = 0$ એક્ઝેક્ટ થવા માટે ની શરત _____ છે.

A. $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}$

B. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$

C. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

D. એક પણ નહીં

9. વિધેય u, v , માટે લઈબનીઝ નો નિયમ _____ નું n મુ વિકલન આપે છે.

A. $\frac{u}{v}$

B. uv

C. $-\sqrt{uv}$

D. $u + v$

10. જો $f(x, y) = C$ માં વિધેય y એ x નું ગર્ભિત વિધેય હોય તો $\frac{dy}{dx} =$ _____.

A. $\frac{f_x}{f_y}$

B. $-\frac{f_y}{f_x}$

C. $-\frac{f_x}{f_y}$

D. $\frac{f_y}{f_x}$

Q-2 ખરાં અથવા ખોટાં

[08]

1. વક્ર $r = ae^{b\theta}$ ના ત્રિજ્યા સદિશ અને સ્પર્શક વચ્ચે નો ખૂણો $\frac{1}{b}$ છે.
2. $y = a^{mx}$ નું n મુ વિકલન $m^n (\log a)^n a^{mx}$ છે.
3. $x = at^2, y = 2at$ એ અતિવલય નું સમીકરણ છે.
4. જો $x = t, y = t^2$ તો આપેલ વક્ર નું કાર્તેઝિયન સમીકરણ $x = y^2$ થશે.
5. ધારો કે $z = f(x, y)$. જો f_{xy} અને f_{yx} અસ્તિત્વ ધરાવે અને તેસતત હોય તો $f_{xy} \neq f_{yx}$.

6. $f(x, y) = x^y - y^x$ માં y એ x નું ગભિત વિધેય છે.
7. સમીકરણ $y = px + f(p)$ ને ક્લેરોટ ના સમીકરણ તરીકે ઓળખાય છે.
8. કોઈપણ વિકલ સમીકરણ ની કક્ષા એ સમીકરણ ના સહુથી મોટા વિકલિત ની કક્ષા બરાબર હોય છે.

Q-3 કોઈપણ દસ પ્રશ્નો ના ઉત્તર આપો.

[20]

1. જો $y = \cos 3x$, તો y_4 ની કિંમત શોધો.
2. જો $y = \sin(2x - 3) + \cos(5x + 1)$, તો y_7 ની કિંમત શોધો.
3. વક્ર $y = a \sin 2x$ માટે $\frac{ds}{dx}$ શોધો.
4. વક્ર ની વક્રતા ત્રિજ્યા ને વ્યાખ્યાયિત કરો.
5. વક્ર $y = f(x)$ ના બિંદુ A અને B વચ્ચે ના ચાપ ની લંબાઈ શોધવા માટે નું સમીકરણ લાખો.
6. વક્ર કાર્ડિઓઇડ નું કાર્તેજીય સમીકરણ લાખો.
7. વિધેય $z = f(x, y)$ નું અંશિક વિકલન વ્યાખ્યાયિત કરો.
8. સમપરિમાણીય વિધેય વ્યાખ્યાયિત કરો.
9. ઓઇલર નું પ્રમેય ત્રણ ચલ વાળા વિધેય માટે લખો.
10. વિકલ સમીકરણ ના પરિમાણ ને વ્યાખ્યાયિત કરો.
11. વિકલ સમીકરણ $(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2dy = 0$ એકઝેક્ટ છે કે નહિ તપાસો.
12. સમીકરણ $\sin px \cos y = \cos px \sin y + p$ ઉકેલો.

Q-4 કોઈપણ ચાર પ્રશ્નો ના ઉત્તર આપો.

[32]

1. લઈબનીઝ નું પ્રમેય લાખો અને સાબિત કરો.
2. ધ્રુવીય વક્ર $\frac{2a}{r} = 1 + \cos \theta$ ના ત્રિજ્યા સદિશ અને સ્પર્શક વચ્ચે નો ખૂણો શોધો.
3. એસ્ટરોઇડ $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ ના સમ્પૂર્ણ વક્ર ની લંબાઈ શોધો.
4. વક્ર $r = a(1 + \cos \theta)$ માટે ρ ની કિંમત શોધો.

5. ઓઈલર નું પ્રમેય લાખો અને સાબિત કરો.

6. જો $z = f(x, y)$ અને $u = e^x \cos y, v = e^x \sin y$ તો સાબિત કરો કે,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = u \frac{\partial f}{\partial u} + v \frac{\partial f}{\partial v}.$$

7. સમીકરણ $p^2 - xy = y^2 - px$ ઉકેલો.

8. સમીકરણ $(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$ ઉકેલો.
