

[25] E

No. of Printed Pages: 2

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, JUNE-2022

MATHEMATICS, US01CMTH01

(Analytic Geometry and Complex Numbers)

Date : 13/06/2022, Monday

Time: 9.00 to 11.00 AM

Q.1 Answer the following by selecting correct choice from the options : [10]

- (1) Asymptotes of $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ are =
- (a) $x = 0, 1, 2; y = 1$ (b) $x = 0, -1, 2; y = 0$ (c) $x = 0, 1, -2$ (d) Not possible
- (2) The curve of $y = \frac{z}{(x+1)(x-2)}$ hasbranches
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- (3) The curve $y = \frac{4-x^2}{x^2-9}$ is symmetric with respect to
- (a) Origin (b) X-axis (c) Line $y = x$ (d) Y-axis
- (4) The curve $r^2 = 9\sin 2\theta$ is symmetric about
- (a) Polar axis (b) Normal axis (c) Pole (d) None of these
- (5) $r = \tan\theta \sec\theta$ represent a
- (a) line (b) Parabola (c) Ellipse (d) Circle
- (6) The reciprocal of $r = \frac{1}{1-\cos\theta}$ is
- (a) Circle (b) Cardioid (c) Rose curve (d) None of these
- (7) If eccentricity $e = 1$ then conic is
- (a) Parabola (b) Ellipse (c) Circle (d) Hyperbola
- (8) Centre of the circle $r = 5\cos\theta$ is
- (a) $(5, 0^0)$ (b) $(\frac{5}{2}, 0^0)$ (c) $(\frac{5}{2}, \pi)$ (d) $(5, \pi)$
- (9) If $z = -\sqrt{3} + i$ then $\text{amp}(z) = \dots\dots\dots$
- (a) 60^0 (b) 150^0 (c) 30^0 (d) 150^0
- (10) cube root of unity are
- (a) 1, -1 (b) 1, -1, 0 (c) $1, -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) None of these

Q.2 Do as directed. [8]

- (1) The Y - intercept of $y = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ is
- (2) True or False : The curve $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ is symmetry about X - axis.
- (3) The curve of $r = \sin 3\theta$ has loops.
- (4) For the polar curve $r = 2 - \cos\theta$ extent is

(P.T.O)

- (5) The radius of a circle $r = -3\sin\theta$ is
- (6) True or False: The reciprocal equation of $r = 2\cos\theta$ is $x = \frac{1}{2}$.
- (7) If $z = \frac{1}{1+i}$ then $\text{Re}(z) = \dots$
- (8) If $z = x + iy$ then $y = \dots$

Q.3 Attempt any Ten.

[20]

- (1) Find parametric equation of $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.
- (2) Discuss symmetries of the curve $xy = 16$.
- (3) Find horizontal and vertical asymptotes to the curve $x = 3t + 1; y = \frac{3t}{t-4}$.
- (4) Express the point $(3, 40^\circ)$ in three other ways, where $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.
- (5) Express the point $(\sqrt{3}, 1)$ in polar form.
- (6) Transfer the polar equation $r = \tan\theta + \sec\theta$ in cartesian form.
- (7) Find polar equation of a circle whose center at $(3, 60^\circ)$ and radius is 10.
- (8) Find polar equation of a conic if directrix passes through the point $(5, 0^\circ)$ and $e = 1$.
- (9) Identify the conic given by equation $r = \frac{6}{1+2\cos\theta}$.
- (10) Express the complex number if $z = \sqrt{3} - i$ in polar form.
- (11) Express $\frac{\sin 6\theta}{\sin\theta}$ as a polynomial in $\cos\theta$.
- (12) Find $|z|$, if $z = 1 - \cos\alpha + i\sin\alpha$.

Q.4 Attempt any Four.

[32]

- (1) Sketch the curve given by $y = \frac{x^2+x-2}{x^2-4x}$.
- (2) Obtain the equation of tangent and normal to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ at $(a\cos\theta, b\sin\theta)$.
- (3) Sketch the curve given by $r = 3(1 + \cos\theta)$.
- (4) State when a polar curve is symmetric with respect to polar axis? Prove it.
- (5) In usual notation prove that $r = \frac{pe}{1 \pm e\sin\theta}$.
- (6) Prove that the polar equation of a circle with center (r_1, θ_1) and radius a is $r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1) = a^2$.
- (7) State and Prove De-Moivre's theorem.
- (8) In usual notation prove that $\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$.

[25]

SARDAR PATEL UNIVERSITY

B.Sc. SEM :1, JUNE - 2022

MATHEMATICS, US01CMTH01

(Analytic Geometry and Complex Numbers)

Date : 13/06/2022, Monday

Time: 9.00 to 11.00 AM

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો.

[10]

- (1) $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ નાં અંતત સ્પર્શકો =
- (a) $x = 0, 1, 2; y = 1$ (b) $x = 0, -1, 2; y = 0$ (c) $x = 0, 1, -2$ (d) એકપણ નહીં
- (2) વક્ર $y = \frac{2}{(x+1)(x-2)}$ ને શાખાઓ છે.
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- (3) વક્ર $y = \frac{4-x^2}{x^2-9}$ ને અનુરૂપ સંમિત છે.
- (a) ઉગમબિંદુ (b) X-અક્ષ (c) રેખા $y = x$ (d) Y-અક્ષ
- (4) વક્ર $r^2 = 9\sin 2\theta$ ને અનુરૂપ સંમિત છે.
- (a) ધ્રુવીયઅક્ષ (b) લંબાક્ષ (c) Pole (દ્વિવિંદુ) (d) એકપણ નહીં
- (5) $r = \tan\theta \sec\theta$ એ દર્શાવે છે.
- (a) રેખા (b) પરવલય (c) ઉપવલય (d) વર્તુળ
- (6) $r = \frac{1}{1-\cos\theta}$ નો વ્યસ્ત છે.
- (a) વર્તુળ (b) કાર્ડિઓઇડ (c) રોઝ વક્ર (d) એકપણ નહીં
- (7) જો ઉલ્કેન્દ્રતા $e = 1$ તો શાંકવ છે.
- (a) પરવલય (b) ઉપવલય (c) વર્તુળ (d) અતિવલય
- (8) વર્તુળ $r = 5\cos\theta$ નું કેન્દ્ર છે.
- (a) $(5, 0^\circ)$ (b) $(\frac{5}{2}, 0^\circ)$ (c) $(\frac{5}{2}, \pi)$ (d) $(5, \pi)$
- (9) જો $z = -\sqrt{3} + i$ તો $\text{amp}(z) = \dots\dots\dots$
- (a) 60° (b) 150° (c) 30° (d) 150°
- (10) 1 નાં ઘનમૂળ છે.
- (a) 1, -1 (b) 1, -1, 0 (c) $1, -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) એકપણ નહીં

Q.2 માગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો.

[8]

- (1) વક્ર $y = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ નો Y-અંતઃખંડ છે.
- (2) True or False: વક્ર $y = \frac{x^3}{x^2-1}$ એ X – અક્ષ ને અનુરૂપ સંમિત છે.
- (3) વક્ર $r = \sin 3\theta$ ને ગાળાઓ(loops) છે.
- (4) ધ્રુવીય વક્ર $r = 2 - \cos\theta$ સુધી વિસ્તરેલો છે.
- (5) વર્તુળ $r = -3\sin\theta$ ની ત્રિજ્યા છે.
- (6) True or False: $r = 2\cos\theta$ નું વ્યસ્ત(વ્યતિકરણ) સમીકરણ $x = \frac{1}{2}$ છે.
- (7) જો $z = \frac{1}{1+i}$ તો $\text{Re}(z) = \dots\dots$
- (8) જો $z = x + iy$ તો $y = \dots\dots$

Q.3 ગમે તે 10 પ્રશ્નો ના જવાબ આપો.

[20]

- (1) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ નું પ્રચલ સમીકરણ શોધો.
- (2) વક્ર $xy = 16$ ની સંમિતતા ની ચર્ચા કરો.
- (3) વક્ર $x = 3t + 1; y = \frac{3t}{t-4}$ નાં સમક્ષિતિજ અને શિરોલંબ અનંત સ્પર્શકો શોધો.
- (4) બિંદુ $(3, 40^\circ)$ બાકીની ત્રણ રીતે દર્શાવો, જ્યાં $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.
- (5) બિંદુ $(\sqrt{3}, 1)$ ને ધ્રુવીય સ્વરૂપ માં દર્શાવો.
- (6) ધ્રુવીય સમીકરણ $r = \tan\theta + \sec\theta$ ને કાર્ટેઝીયન સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરો.
- (7) જેનું કેન્દ્ર $(3, 60^\circ)$ અને ત્રિજ્યા 10 હોય એવા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ શોધો.
- (8) જેની નિયામિકા બિંદુ $(5, 0^\circ)$ માંથી પસાર થતી હોય અને $e = 1$ હોય એવા શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ શોધો.
- (9) આપેલ સમીકરણ $r = \frac{6}{1+2\cos\theta}$ કયા પ્રકારનો શાંકવ દર્શાવે તે જણાવો.
- (10) સંકર સંખ્યા $z = \sqrt{3} - i$ ને ધ્રુવીય સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
- (11) $\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta}$ ને $\cos\theta$ ની બહુપદી માં દર્શાવો.
- (12) જો $z = 1 - \cos\alpha + i\sin\alpha$ તો $|z|$ શોધો.

Q.4 ગમે તે 04 ના જવાબ આપો.

[32]

(1) વક્ર $y = \frac{x^2+x-2}{x^2-4x}$ નું આલેખન કરો.

(2) ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ પરનાં બિંદુ $(a\cos\theta, b\sin\theta)$ આગળ સ્પર્શક અને અભિલંબ ના સમીકરણ મેળવો.

(3) વક્ર $r = 3(1 + \cos\theta)$ નું આલેખન કરો.

(4) ધ્રુવીય વક્ર એ ધ્રુવીય અક્ષ ને સાપેક્ષ ક્યારે સંમિત હોય છે? સાબિત કરો.

(5) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે $r = \frac{pe}{1+e\sin\theta}$.

(6) જેનું કેન્દ્ર (r_1, θ_1) અને ત્રિજ્યા a હોય એવા વર્તુળનું ધ્રુવીય સમીકરણ

$$r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1) = a^2 \text{ છે તેમ સાબિત કરો.}$$

(7) ડી-મોઈવર (De-Moivre's) નું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(8) પ્રચલિત સંકેત માં સાબિત કરો કે, $\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$.
